

第二十三章

P.4

230103

放射衰變/蛻變：

備註

：(1)中子可分解成更基本粒子：中子=質子 +電子(+微中子)故放出一核內電子，中子數 -1，質子數 +1，故質量數 不變。但多一質子，原子序會 +1。

(2) β 射線是核內電子，一般所講的電子是核外電子。牽涉到原子外電子的是化學反應；牽涉到原子核內部的是核反應。

P.5

230104

衰變方程式與半衰期：

2. 公式：

$$(1) \frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ 其中 } \lambda \text{ 稱為衰變常數}$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = \frac{m}{m_0} = \frac{N}{N_0} = \frac{R}{R_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

P.18

230301

時代背景：

1. 物理一定是從最簡單的問題開始研究，再進一步推廣到複雜的問題。而所有的原子中，以氫的結構最簡單，因此要了解原子結構，從它著手。

230104

衰變方程式與半衰期：

【說明】：波耳所稱的這些特定軌道，我們稱之為 能階。

(「不連續」的概念是量子力學與古典物理的最大不同)

②數學模型：角動量量子化=在能階中的電子，其角動量必為 $\frac{h}{2\pi}$ 的整數倍

$$\ell = \frac{h}{2\pi} \times n$$

a. 角動量守恆

b. ℓ 與 h 單位相同 $\therefore E = h\nu$

$$\Rightarrow J = h \cdot \frac{1}{s} \therefore h = Js = kg \cdot m^2 / s$$

c. 角動量與原子序 (Z) 無關 (valid for any atom)

d. ℓ 與 n 的關係最簡單

【進階思考】：

(1) 普朗克常數的單位與 ℓ 相同。

P.21

230305

物理量量子化：[會做簡單的推導，就用不著死背！]

1. 【總能量量子化的條件】：

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} \propto \frac{1}{n^2}$$

2. 【位能量子化的條件】：

$$U_n = 2E_n = 2 \times \frac{-13.6}{n^2} \propto \frac{1}{n^2}$$

3. 【動能量子化的條件】：

$$E_{kn} = -E_n = \frac{13.6}{n^2} \propto \frac{1}{n^2}$$

4. 【軌道半徑量子化的條件】： $r = 0.53 \text{ \AA} \times n$

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} = \frac{k(+e)(-e)}{2r} \Rightarrow r \propto n^2$$

5. 【速率量子化的條件】：

$$E_{kn} = \frac{13.6}{n^2} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v \propto \frac{1}{n}$$

6. 【動量量子化的條件】：

$$P = mv \propto v \propto \frac{1}{n}$$

7. 【週期量子化的條件】：

$$T = \frac{2\pi r}{v} \propto \frac{n^2}{\frac{1}{n}} \propto n^3$$

8. 【角動量量子化的條件】：

$$\ell = rmv \propto n^2 \times \frac{1}{n} \Rightarrow \ell = n \times \frac{h}{2\pi}$$

9. 【物質波波長量子化的條件】：

$$(1) \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{v} \propto n$$

$$(2) 2\pi r = n\lambda \therefore \lambda \propto \frac{r}{n} \propto \frac{n^2}{n} = n$$

P.28

230317 類氫原子：

2. 常見的類氫原子： $\text{He}^+, \text{Li}^{2+}, \text{Be}^{3+}$

3. 類氫原子的能量公式：[Z=原子序]

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} Z^2$$

4. 游離能：何謂游離能？從基態到無窮遠處，所需要的總能量。

(1) 氫的游離能：13.6

(2) 氦的第二游離能(He^+)： 13.6×2^2

(3) 鋰的第三游離能(Li^{2+})： 13.6×3^2

P.29

230318 類氫原子的物理量量子化：

[會做簡單的推導，就用不著死背！]

1. 【總能量量子化的條件】：

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} Z^2 \propto \frac{Z^2}{n^2}$$

2. 【位能量子化的條件】：

$$U_n = 2E_n$$

3. 【動能量子化的條件】：

$$E_k = -E_n$$

4. 【軌道半徑量子化的條件】：

$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} Z^2 = \frac{k(Ze)(e)}{2r} \Rightarrow r \propto \frac{n^2}{Z}$$

5. 【速率量子化的條件】：

$$E_{kn} = \frac{-13.6}{n^2} Z^2 = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v \propto \frac{Z}{n}$$

6. 【動量量子化的條件】：

$$P = mv \propto v$$

7. 【週期量子化的條件】：

$$T = \frac{2\pi r}{v} \propto \frac{\frac{n^2}{Z}}{\frac{Z}{n}} = \frac{n^3}{Z^2} \Rightarrow T \propto \frac{n^3}{Z^2}$$

8. 【角動量量子化的條件】：

$$\ell = rmv \propto \frac{n^2}{Z} \times \frac{Z}{n} = n \Rightarrow \ell \propto n \rightarrow \ell = n \frac{h}{2\pi}$$

9. 【物質波波長量子化的條件】：

$$(1) \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{v} \propto \frac{n}{Z}$$

$$(2) 2\pi r = n\lambda \therefore \lambda \propto \frac{r}{n} \propto \frac{\frac{n^2}{Z}}{n} = \frac{n}{Z}$$

P.39

230401 德布羅依的物質波

愛因斯坦光量子論：

$$P = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

德布羅依物質波波長假說：

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

第二十三章 詳解

範例 01：

【解答】：(D)(I)(K)(L)

範例 02：

【解答】：(D)

【解析】： $238 - 206 = 32$ ； $32 \div 4 = 8$ （次） α decay

$8 \times 2 = 16$ $16 - (92 - 82) = 6$ （次） β decay

$8 + 6 = 14$ （次） γ decay

範例 03：

【解答】：(A)(C)

範例 04：

【解析】：A: β ； B: γ ； C: α

範例 05：

【解析】：

$$(1) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.707 \rightarrow \text{剩下}$$

$$(2) 1 - 0.707 = 0.293$$

範例 06：

【解析】：

$$\frac{1.25 \times 10^{-14}}{10^{-13}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Rightarrow t = 5730 \times 3 = 17190$$

範例 07：

【解析】：(1) $81g \xrightarrow{45\text{天}} 27g \xrightarrow{45\text{天}} 9g \xrightarrow{45\text{天}} 3g \xrightarrow{45\text{天}} 1g$
 $45 \times 4 = 180$ 天

(2) 9g

範例 08：

【解析】：A: $3g \xleftarrow{45\text{天}} 6g \xleftarrow{45\text{天}} 12g$

B: $2g \xleftarrow{30\text{天}} 4g \xleftarrow{30\text{天}} 8g \xleftarrow{30\text{天}} 16g$

$12 : 16 = 3 : 4$

範例 09：

【解答】：(D)

【解析】：(A)無法做此推論

(B)原子的半徑為 10^{-10} 公尺；原子核的半徑為 10^{-15} 公尺

(C)電子受原子核的庫倫引力； α 質點與原子核之間則是庫倫斥力。在原子世界中，庫倫力約為萬有引力的 10^{69} 倍

範例 10：

【解答】：(A)

【解析】：電子受原子核的庫倫引力； α 質點與原子核之間則是庫倫斥力。在原子世界中，庫倫力約為萬有引力的 10^{69} 倍

範例 11：

【解答】：(B)(C)(D)

【解析】：(E)受庫倫力，故動量不守恆。

範例 12：

【解答】：(C)

【解析】：(A) $E(\text{電子伏特}) = \frac{12400}{\lambda (\text{埃})}$ 可見光的波長在 4000 埃~7000 埃，故光子的

的能量在 1.8~3.1 電子伏特之間氫的游離能為 13.6 e.V.

(B)原子的半徑為 10^{-10} 公尺；原子核的半徑為 10^{-15} 公尺

(C)用光學顯微鏡看不到一個原子，但以目前的科技，利用電子顯微鏡則可以

(D)電子不是電磁波故不會以光速前進，電子以漂移速率在移動，室溫下約數十公分/秒

範例 13：

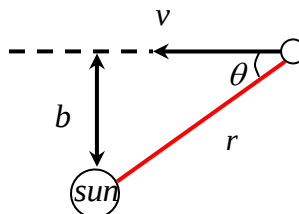
【解答】 (A)(B)(E)

【解析】 (C)散射角可能高達 180° (D)撞擊參數愈小，散射角愈大

範例 14：

【解答】 (A)(B)(C)(E)

【解析】



範例 15：

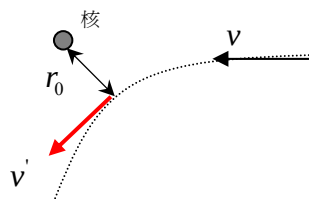
【解析】：

$$(1) \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{kZe \cdot ze}{r_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{kZe \cdot ze}{r_0}$$

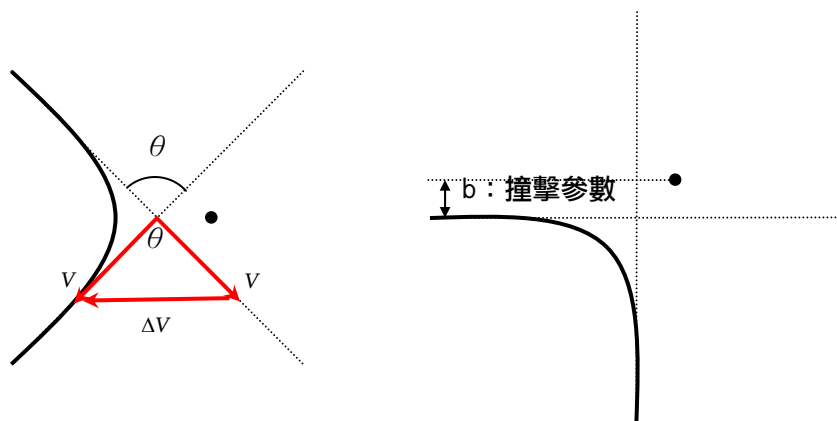
$$(2) \quad \ell = r_0 mv'$$

$$(3) \quad \ell = bmv = r_0 mv' \Rightarrow b = \frac{r_0}{v} v'$$



範例 16：

【解析】：



$$\Delta v : v \sin \frac{\theta}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta p = m\Delta v = 2mv \sin \frac{\theta}{2}$$

範例 17：

【解答】：(E)

【解析】：※ $h\nu = e\phi + E_k$

範例 18：

【解答】：(E)

【解析】：

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad E &= \frac{-13.6}{n^2} \propto \frac{1}{n^2} \\ \text{(B)} \quad \ell &= rmv \propto n^2 \times \frac{1}{n} \propto n \\ \text{(C)} \quad E_{kn} &= \frac{13.6}{n^2} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v \propto \frac{1}{n} \\ \text{(D)} \quad En &= \frac{-13.6}{n^2} = \frac{k(+e)(-e)}{2r} \Rightarrow r \propto n^2 \end{aligned}$$

範例 19：

【解答】：(1)(E) (2)(A)(C)(E)

【解析】：略

【進階挑戰】

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{-13.6}{(n+1)^2} - \left(\frac{-13.6}{n^2} \right) \\ &= 13.6 \times \frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2(n+1)^2} \propto \frac{1}{n^3} \\ &\quad (\text{if } n \gg 1) \end{aligned}$$

範例 20：

【解析】：(1) $r \propto n^2 \Rightarrow 4:1$

$$(2) \quad v \propto \frac{1}{n} \Rightarrow 1:2$$

$$(3) \quad f = \frac{1}{T} \propto \frac{1}{n^3} \Rightarrow 1:8$$

$$(4) \quad \lambda = \frac{h}{p} \propto \frac{1}{v} \propto n \Rightarrow 2:1$$

$$(5) \quad \ell \propto n \Rightarrow 2:1$$

$$(6) \quad mv \propto v \propto \frac{1}{n} \Rightarrow 1:2$$

範例 21：

【解析】：

$$(1) r \propto n^2 \Rightarrow n=1 \rightarrow n=2 \Rightarrow \Delta E = -\frac{13.6}{2^2} - \left(-\frac{13.6}{1^2}\right) = 10.2 \text{ eV}$$

$$(2) n=1 \rightarrow n=2 \Rightarrow \Delta E = 10.2$$

$$n=1 \rightarrow n=3 \Rightarrow \Delta E = 12.1$$

$$n=1 \rightarrow n=4 \Rightarrow \Delta E = 12.75$$

$$(3) T \cdot v^3 = \text{定值}, T_1/T_2 = 8 \rightarrow v_1/v_2 = 1/2$$

範例 22：

【解析】：

$$(1) \frac{12400}{10.2}$$

$$(2) v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \times 12.75}{12400} \times 10^{10} \approx 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$(3) 12.75 - 10.2 = 2.55 \quad \frac{12400}{2.55} = 486$$

範例 23：

【解答】：(E)

【解析】：

$$\text{位能 } U = -\frac{ke^2}{r}$$

$$\text{動能 } E_k = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} \left(\because \frac{ke^2}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \therefore E_k = \frac{ke^2}{2r} \right)$$

$$\text{總能 } E = U + E_k = -\frac{1}{2} \cdot \frac{ke^2}{r} = \frac{1}{2} U$$

$$\text{氫原子能階 } E_n = -\frac{13.6}{n^2} (\text{eV}) \Rightarrow U = -\frac{27.2}{n^2} (\text{eV})$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = (-6.8) - (-27.2) = 20.4 (\text{eV})$$

範例 24：

【解析】：

$$(1) r = \frac{mv}{qB} = \frac{mv}{eB} \rightarrow L = rmv = \frac{m^2 v^2}{eB}$$

(2) 洛仁茲力不做功所以沒有磁力位能 $\rightarrow$ 動能及總能

$$L = rmv = \frac{m^2 v^2}{eB} = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow En = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{nehB}{4\pi m}$$

$$n=2 \rightarrow n=1 \Rightarrow \Delta E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{eB}{4\pi m}$$

範例 25：

【解答】：(B)

【解析】：

$$1. \frac{ke^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 r^3} \quad 2. rmv = n \frac{h}{2\pi} \quad 3. re^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 mk}$$

範例 26：

【解答】：(C)

【解析】：

$$\begin{aligned} \frac{ke^2}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2 r^2 f^2}{r} \Rightarrow \frac{ke^2}{2r} = 2m\pi^2 r^2 f^2 \\ rmv &= n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow rm(2\pi f) = n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow r^2 = \frac{nh}{4\pi^2 mf} \\ \therefore E &= \frac{-ke^2}{2r} = -2m\pi^2 f^2 \times \frac{nh}{4\pi^2 mf} = -\frac{1}{2} nhf \end{aligned}$$

範例 27：

【解析】：

$$\begin{aligned} (1) \text{半徑 } r &\propto \frac{n^2}{Z} ; n=1 \rightarrow \text{H} : \text{He}^+ : \text{Li}^{2+} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6 : 3 : 2 \\ (2) \text{角動量 } \ell &\propto n ; n=1 \rightarrow \text{H} : \text{He}^+ : \text{Li}^{2+} = 1 : 1 : 1 \end{aligned}$$

範例 28：

【解答】：(B)(D)(E)

【解析】：

$$(A) f \propto \frac{Z^2}{n^3}, \text{ 所以 } f_A : f_B = 1 : 9$$

$$(C) \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{v} \propto \frac{n}{Z}, \text{ 所以 } \lambda_A : \lambda_B = 3 : 1$$

範例 29：

解題思路

(1)人造衛星的最終宿命 地球 (2)冥王星的週期最長，速率最小

【解答】(1) (B)(C)(E) (2) (A)(C)(D)

【解析】

$$E = -\frac{GMm}{2r} \downarrow (A) \uparrow (B) \downarrow (C) \downarrow (D) \uparrow (E) \downarrow$$

範例 30：

【解答】：(D)

【解析】： $E = 10.2 \text{ eV}$

$$E' = 1.9 \times 4 = 7.6 \text{ eV}$$

$$\rightarrow E' = 7.6 \div 10.2 = \underline{0.74 E}$$

範例 31：

【解答】：(B)

【解析】： $h\nu = 13.6$

$$13.6 = 0 - \left(-\frac{13.6}{n^2} \times 3^2\right) \Rightarrow n = 3$$

範例 32：

【解答】：(B)

【解析】： $79 \text{ eV} = E_1 + E_2$

$$\text{又 } E_2 = 13.6 \times 4 = 54.4 \text{ eV}$$

$$\text{所以 } E_1 = 79 - 54.4 = 24.6 \text{ eV}$$

範例 33：

【解析】：(1) $C_2^3 = 3$

$$(2) \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_2} + \frac{hc}{\lambda_3} \Rightarrow h\nu_1 = h\nu_2 + h\nu_3$$

$$(3) \lambda_2$$

範例 34：

【解答】：(A)(B)(C)(D)

【解析】：

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \leq -0.6 \quad n \leq 4.76$$

故原子可被激發至 $n=4$ 能階，故 $n=4$ 至以下之躍遷均有可能

範例 35：

【解答】：(1) B (2) B

【解析】：可見光為巴耳摩系之範圍 $n_1=2$

範例 36：

【解答】：(A)(C)

【解析】：

$$(C) \frac{12400}{13.6}$$

範例 37：

【解答】：(A)(C)(D)

【解析】：(E)間接

範例 38：

【解析】：(1) $6-2=4$ ； $6-5=1$ ； $6-2-2=2$ ；6； $6-2-2-2=0$

(2) $6-2=4$ ； $6-5=1$ ；6

(3) $11-3=8$ ； $11-5=6$ ；11； $11-3-3=5$ ； $11-3-3-5=0$ ； $11-5-5=1$ ； $11-3-5=3$ ；
 $11-3-3-3=2$

範例 39：

【解答】：(B)

【解析】：(A)電子損失的能量轉換為汞原子的內能

(C)不一定能激發汞原子至受激態

(D)光子撞擊原子，必須光子能量恰為能階能量才能激發原子

範例 40：

【解析】：(B)

$-10.5 - (-7.5) = -3$ 故受激至第一激發態

$$\frac{12400}{10.5 - 5.95} \approx 273nm$$

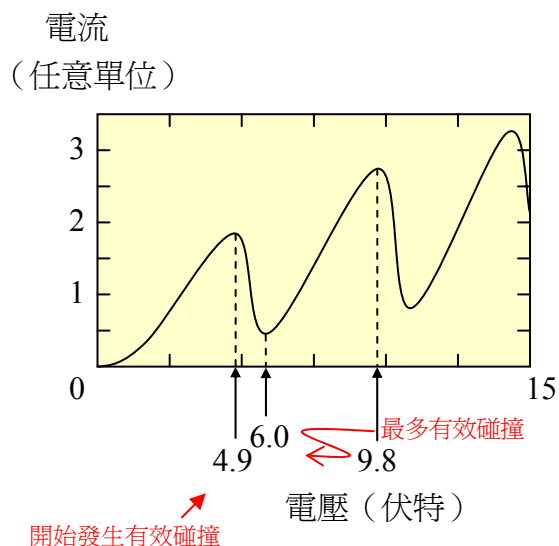
範例 41：

【解答】：(B)

【解析】：(A)應該是原子基態能階與第一受激態之能階相差 4.9eV

(C)基態能量可任意選定，若基態能量定為 0V，則第一受激態的能量為 4.9eV

(D)低約 4.9eV (E)至多激發三個，可能激發一個、二個或三個



範例 42：

【解答】：(D)

【解析】：略

範例 43：

【解答】 (A)(B)

【解析】：略

範例 44：

【解答】：(B)(C)(D)(E)

【解析】：

$$(C) \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

(D)康普頓效應

$$(E) \lambda \cdot p = h$$

範例 45：

【解析】：(1) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} \quad 1.36\text{\AA} \div 2 = 0.68\text{\AA}$

(2) $1.67 \times 10^{-10} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1.18 \times 10^{-10} \text{ m}$

(3) $\sqrt{2}$

範例 46：

【解析】：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \rightarrow 10^{-10} \times 10 = 10^{-9}$$

範例 47：

【解析】：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 200}} = 2 \times 10^{-12}$$

範例 48：

【解答】：(E)

【解析】：

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\left(\frac{h}{mv}\right)} = \frac{cmv}{h} = \frac{3 \times 10^8 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 10^3}{6.6 \times 10^{-34}} = 4 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

範例 49：

【解答】：(D)

【解析】：

$$P_{\text{原}} = P_{\text{光}} \rightarrow \lambda_{\text{原}} = \frac{h}{P_{\text{原}}} = \frac{h}{P_{\text{光}}} = \frac{hc}{E} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{40.8 \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

【另解】： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{12400}{40.8} \text{ \AA}$ (光子)

範例 50：

【解答】：2. (E)

【解析】：1. $2\pi r = 1 \times \lambda$

2. $r \propto n^2 \rightarrow 2\pi(9a) = 3\lambda \rightarrow \lambda = 6\pi a$

範例 51：

【解答】：(A)(C)(D)

【解析】：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{v} \propto n$$

範例 52：

【解析】：

$$2d \sin \theta = n\lambda \Rightarrow 2 \times 3.31 \times \sin 30^\circ = 1 \times \frac{12.3}{\sqrt{V}} \Rightarrow V = \left(\frac{12.3}{3.31}\right)^2 \approx 13.7$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}} = \frac{12.3}{\sqrt{V}} (\text{用於電子})$$

範例 53：

【解答】：(E)

【解析】：

$$\Delta y = \frac{\lambda r}{d} = \frac{\frac{12.3}{\sqrt{V}} 10^{-10} \times 10}{0.01 \times 10^{-3}} = 1.23 \times 10^{-3} (m)$$

範例 54：

【解析】：

1. 圖解動量守恒

$$P < Pe < 2P \Rightarrow \frac{h}{\lambda} < \frac{h}{\lambda_e} < \frac{2h}{\lambda} \Rightarrow \lambda > \lambda_e > \frac{1}{2}\lambda$$

2.

$$P < Pe < \sqrt{2}P \Rightarrow \frac{h}{\lambda} < \frac{h}{\lambda_e} < \frac{\sqrt{2}h}{\lambda} \Rightarrow \lambda > \lambda_e > \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda$$

範例 55：

【解析】：

$$(1) Pe = P + P' \rightarrow \frac{h}{\lambda_e} = \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} \Rightarrow \lambda_e = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda + \lambda'}$$

$$(2) Pe = \sqrt{P^2 + P'^2} \Rightarrow \frac{h}{\lambda_e} = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2}$$

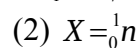
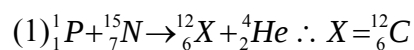
範例 56：

【解析】：

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} = \frac{n}{2} \cdot \frac{h}{p} \quad E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{nh}{2\ell}\right)^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8m\ell^2} \quad n = 2 \rightarrow E_2 = \frac{h^2}{2m\ell^2}$$

範例 57：

【解析】：



範例 58：

【解答】：(B)

【解析】：

$$\begin{array}{r} 4.0026 \qquad \qquad \qquad 12.0000 \\ 9.0122 \qquad \qquad \qquad 1.0087 \\ \hline 13.0148 \qquad \qquad \qquad 13.0087 \\ \Delta m = 0.0061 \text{ a.m.u.} \\ \Delta E = mc^2 = 0.0061 \times 1.67 \times 10^{-27} (3 \times 10^8)^2 \\ \approx 10^{-12} \text{ J} \end{array}$$