

第二十章 電磁感應

200101



法拉第實驗〈一〉：（產生感應電動勢，是因為磁場發生改變）

法拉第實驗〈二〉：（產生感應電動勢，是因為磁場發生改變）

法拉第實驗〈三〉：（產生感應電動勢，是因為面積發生改變）

法拉第補充實驗〈四〉：（產生感應電動勢，是因為面積發生改變）

法拉第補充實驗〈五〉：（產生感應電動勢，是因為角度發生改變）

法拉第補充實驗〈六〉：（磁場、面積、角度均不發生改變）

法拉第補充實驗〈七〉

法拉第實驗的結論

- 1.非有相對運動，就一定會產生電流，真正重要的是要看切割線圈的磁力線數有無改變。
- 2.電流只發生在狀態改變的瞬間。狀態不變，則不會有感應電流產生。

200201



磁通量(magnetic flux)

- 1.基本觀念：通過某一圈面的磁力線數（=磁力線通過某一圈面的數量）
跟(1) 磁場強度、(2) 圈面面積、(3) B、A 夾角有關

2.定義： $\phi = BA \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{A}$


➔ θ 是 \vec{B} 與 \vec{A} 的夾角（ \vec{A} 是圈面的法向量）

4.何時磁通量為零？

(1) $B=0$

(2) 磁場與圈面平行=磁場與圈面法向量垂直

【小技巧】：記法 = 淋雨的原理

200204  法拉第電磁感應定律

1. 感應電動勢

平均感應電動勢	瞬時感應電動勢
$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$	$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$

200205  感應電動勢的基本成因

微觀分析：因正、負電荷分離，導體棒內亦產生感應電場： $E = vB$ 。

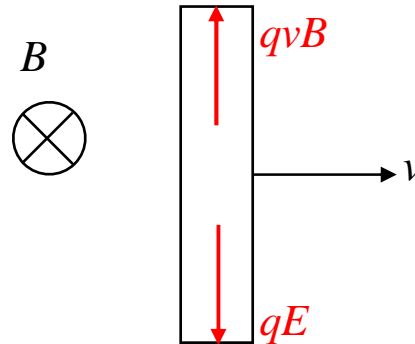
平衡時

$$qvB = qE \Rightarrow E = vB$$

$$\frac{W}{q} = \frac{F}{q} \cdot \ell \Rightarrow V = E\ell$$

$$\varepsilon = E\ell \Rightarrow E = \frac{\varepsilon}{\ell} = vB$$

$$\varepsilon = \ell vB = \ell \frac{\Delta x}{\Delta t} B = \frac{\Delta A}{\Delta t} B = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$



200206  法拉第電磁感應定律的深層意義

→導線棒


往+x 方向運動→ ℓvB

往+y 方向運動→ 0

往+z 方向運動→ 0

200301  冷次定律

1.冷次定律的基本「精神」— 反抗

200309  應用 <一> : (U 字型電路、冂字型電路、匚字型電路、方型電路)

推導過程：


(1)感應電動勢： $\varepsilon = lvB$

(2)迴路電阻=R，感應電流為： $\frac{\varepsilon}{R} = \frac{lvB}{R}$

(3)維持等速 v，需施力： $\sum F = 0 \Rightarrow F_{\text{外}} = F_{\text{磁}} = i\ell B = \frac{\ell^2 v B^2}{R} \propto v$

(4)拉力輸入之功率： $P_{\text{外}} = F_{\text{外}} \cdot \Delta x = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

(5)電阻產生的熱功率： $P_{\text{電}} = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

200310  應用 <一> 之變化 <1> :

(單根導體棒，非迴路，有 電動勢 而 無電流)

(1)感應電動勢：

$$\frac{W}{q} = \frac{F}{q} \cdot \ell \Rightarrow V = E\ell$$

$$\begin{cases} \varepsilon = E\ell \\ qvB = qE \end{cases} \Rightarrow vB = \frac{\varepsilon}{\ell} \quad \therefore \varepsilon = lvB$$

(2)感應電流為：0

200401  交流發電機的電動勢推導

若 t=0，圈面與磁場垂直時：(N 圈)

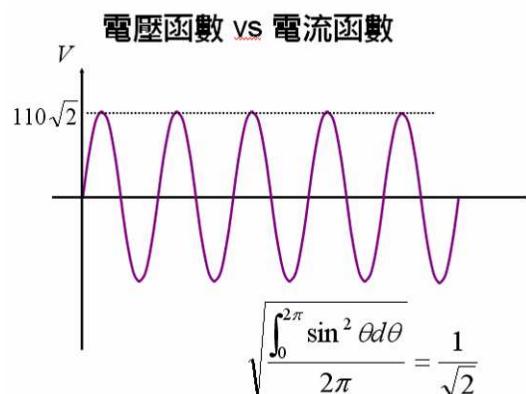
$$\phi = NBA \cos \theta = NBA \cos \omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = N\omega BA \sin \omega t$$

若 t=0，圈面與磁場平行時：(N 圈)

$$\phi = NBA \cos \theta = NBA \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = N\omega BA \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



200501  變壓器的基本原

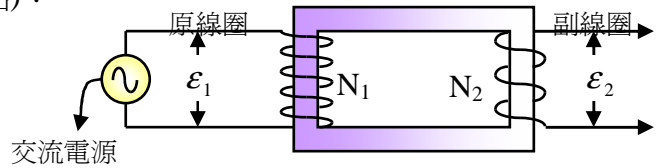
【公式一】：(由法拉第電磁感應定律推出)：

$$\varepsilon_1 = N_1 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad \varepsilon_2 = N_2 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

【公式二】：(由能量守恆定律推出)：

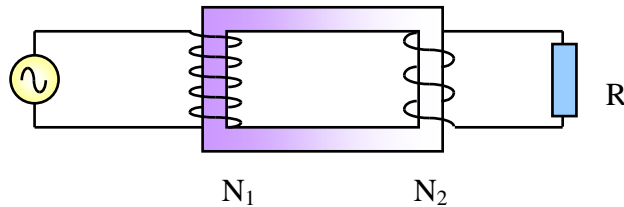
$$P_{in} = P_{out} \Rightarrow i_1 \varepsilon_1 = i_2 \varepsilon_2$$


$$\Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



觀念辨正： $P_{in} = P_{out}$ 輸入端會根據負載端調整電流，電流會改變！(要留下改變的自由度)

控制變因： $V_2=110V, N_1, N_2, V_1$ 應變變因： $I_1, I_2, P_{in}, P_{out}$



200502 

備註：

- 變壓器只能用在交流電系統，不能用於直流電系統，因為直流電系統， $i = \text{定值}$ $\phi = \text{定值}$ $\Delta\phi = 0$ 。
- 小小的隨身聽可以用 4 顆 1.5 伏特的電池也可以透過一個黑黑的東西接到牆壁的插頭，那個東西叫做 變壓整流器。
- 發電廠發出之電，為何要採用高壓輸送？
 - 輸送電線的電阻為定值，故在輸送電線上產生的熱能： $P = \text{Heat} = I^2 R$
以小電流輸送，損耗愈少，發電廠到住家的距離愈遠，電阻愈大。
 - 發電廠輸出的電功率為定值 (輸入之力學能=輸出之電能，輸入之力學能主要為渦輪轉動，若轉速固定，輸入之力學能亦固定，輸出之電能亦固定)：
 $P=IV$ (用提高 V 來降低 I)

200701  電磁頻譜

2.電磁波的產生：

- 靜止的電荷產生 電 場；
- 等速度運動的電荷產生 磁 場；(等速度運動的電荷，即電流)
- 加速度運動的電荷產生 電磁 場。(但原子能階例外)

第二十章 詳解

範例 01 :

【解答】：(略，見講義)

【解析】：※最好使用微安培計(μA)

範例 02 :

【解答】：(D)

【解析】：(A)橫向、(B)縱向、(C)逆時針、(D)順時針

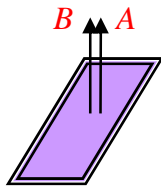
範例 03 :

【解答】：(1) 0.06 Wb (2)0 (3) $0.03\sqrt{3}$ Wb

【解析】：

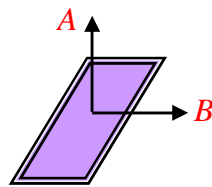
(1)

$$\begin{aligned}\Phi &= \vec{B} \cdot \vec{A} \cos 0^\circ \\ &= 1 \times 0.2 \times 0.3 \times 1 \\ &= 0.06 \text{ Wb}\end{aligned}$$



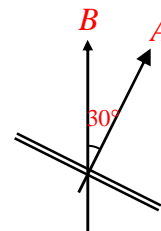
(2)

$$\Phi = 0$$



(3)

$$\begin{aligned}\Phi &= BA \cos 30^\circ \\ &= 1 \times 0.2 \times 0.3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 0.03\sqrt{3} \text{ Wb}\end{aligned}$$



範例 04 :

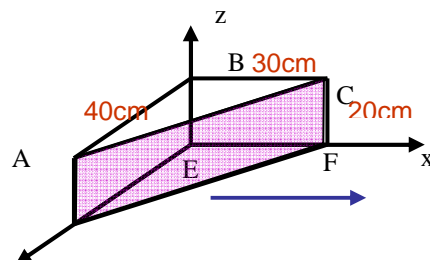
【解答】：(1) 0.24 Wb (2)0 (3) 0 (4)0.24 Wb

【解析】：(1) $\Phi = BA = 3 \times (0.4 \times 0.2)$

(2) $\Phi = 0$

(3) $\Phi = 0$

(4) $\begin{aligned}\Phi &= BA \cos \theta \\ &= 3 \times 0.4 \times 0.2\end{aligned}$



範例 05：

【解答】：1.(1)2 (2) $\sqrt{2}$ 2.(A)

【解析】：1.

$$\begin{aligned} (1) \quad \varepsilon &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} A \propto A \\ \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\text{大}}}{\varepsilon_{\text{小}}} &= \frac{(2a)^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{2}{1} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} (2) \quad R &= \rho \frac{L}{A} \propto L \quad i = \frac{\varepsilon}{R} \\ \frac{i_{\text{大}}}{i_{\text{小}}} &= \frac{2/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \end{aligned}$$

$$2. \varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} A \propto A \quad \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\text{大}}}{\varepsilon_{\text{小}}} = \frac{(2r)^2}{r^2} = \frac{4}{1}$$

範例 06：

【解答】：(1)20 V (2) 20 V

【解析】：

$$\begin{aligned} (1) \varepsilon &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{BA-0}{\frac{1}{4}T} = 4ABf = 4 \times 5 \times 0.5 \times 2 = 20 \text{ V} \\ (2) \varepsilon &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{BA - (-BA)}{\frac{1}{2}T} = 4ABf = 20 \text{ V} \end{aligned}$$

範例 07：

解題分析：冷次定律的基本精神 反抗

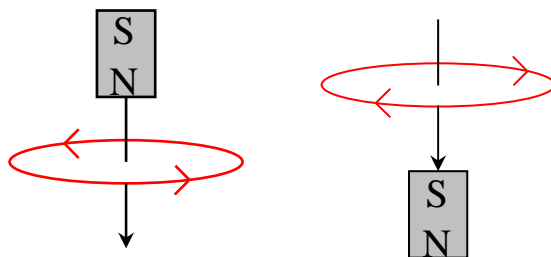
【解答】：(B)

【解析】：可從冷次定律推得，若產生感應電流，磁力會抵抗物體的變化

範例 08：

【解析】：(C)

【解析】：磁鐵棒要掉落與掉離時，產生的感應電流反向，只有(C)才有反向電流



範例 09：

解題分析：冷次定律的基本精神 反抗

【解答】：(B)(C)(D)(E)

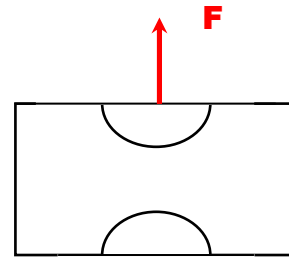
【解析】：(A)No，圈面與磁場平行， $\tau=0$ ，不轉動

(B)Yes，抵抗之精神，必受力向上

(C)Yes，

(D)Yes，抵抗之精神，必受力向上

(E)Yes，



範例 10：

【解答】：(C)

【解析】：穩定電流，無磁通量變化，故無感應電動勢及感應電流

範例 11：

【解答】：(1) 26V (2) 14V

【解析】：

(1)

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = 6t + 2$$

$$\varepsilon(4) = 4 \times 6 + 2 = 26 \text{ V}$$

(2)

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi(4) - \phi(0)}{4 - 0} = \frac{57 - 1}{4} = 14 \text{ V}$$

$$\varepsilon(2) = 2 \times 6 + 2 = 14 \text{ V}$$

範例 12：

【解答】：(E)

【解析】：(E)

$$\phi = BA = \beta t \times \pi r^2 = \beta \pi r^2 \times t$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \beta \pi r^2$$

範例 13：

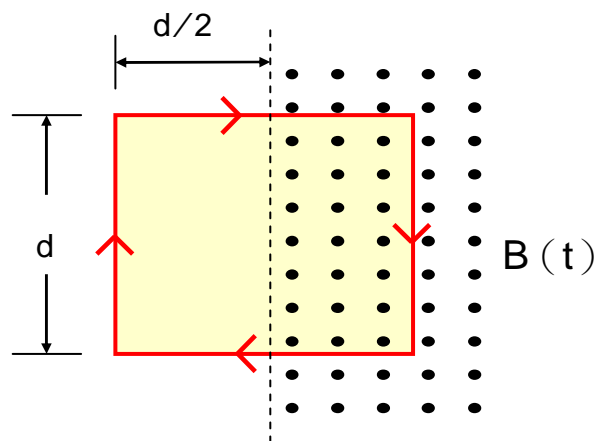
【解答】：(1) $\frac{cd^2}{2R}$ (2) 向左 (3) $\frac{c^2 d^3 t}{2R}$

【解析】：(1)

$$\phi = BA = ct \cdot \frac{d^2}{2} = \frac{cd^2}{2} t$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{cd^2}{2}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{cd^2}{2R}$$



(2)F 向左=>離開磁場=>抵抗磁場增加

(3)

$$F = ilB = \frac{cd^2}{2R} \times d \times ct$$

$$= \frac{c^2 d^3 t}{2R}$$

範例 14 :

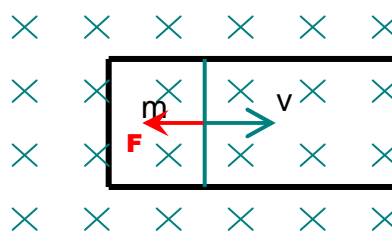
【解答】：(1) $\frac{\ell v B}{R}$ 向上 (2) $\frac{\ell^2 v B^2}{mR}$ 向左 (3) $-\frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

【解析】：

(1) $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\ell v B}{R}$ 向上

(2) $a = \frac{F}{m} = \frac{i \ell B}{m} = \frac{\ell^2 v B^2}{mR}$ 向左

(3) $P = Fv = -\frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$



範例 15 :

【解答】： $\frac{\ell \sqrt{2ad} B}{R}$

【解析】：

$$\begin{cases} i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\ell v B}{R} \\ v^2 = 0^2 + 2ad \end{cases} \Rightarrow i = \frac{\ell \sqrt{2ad} B}{R}$$

範例 16 :

【解答】： (a) $\frac{vB}{2r}$ 逆時針 (b)背景磁場: $F_1 = \frac{v \ell B^2}{2r}$; 乙產生磁場: $F_2 = \frac{\mu_0 v^2 \ell B^2}{8\pi r^2 x}$

【解析】： (a) $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\ell v B}{R} = \frac{\ell v B}{2\ell r} = \frac{vB}{2r}$ 逆時針方向

(b)背景磁場對甲: $F_1 = i \ell B = \frac{v \ell B^2}{2r}$

乙產生磁場對甲: $F_2 = i \ell B = \frac{vB \ell}{2r} \frac{\mu_0 (vB/2r)}{2\pi x} = \frac{\mu_0 v^2 \ell B^2}{8\pi r^2 x}$

範例 17：

【解答】：(a) $\frac{MgR}{\ell^2 B^2}$ (b) $\frac{M^2 g^2 R}{\ell^2 B^2}$

【解析】：

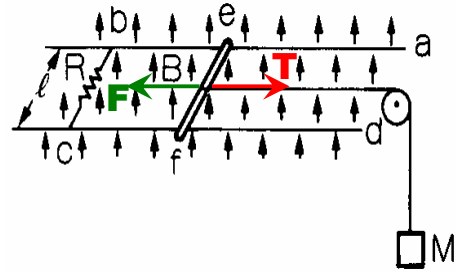
(A) $F_{\text{磁}} = T = Mg$

$$\Rightarrow \frac{\ell^2 v B^2}{R} = Mg$$

$$\Rightarrow v = \frac{MgR}{\ell^2 B^2}$$

(B) $P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

$$P_{\text{外}} = F_{\text{外}} v = Mg v = \frac{M^2 g^2 R}{\ell^2 B^2}$$



範例 18：

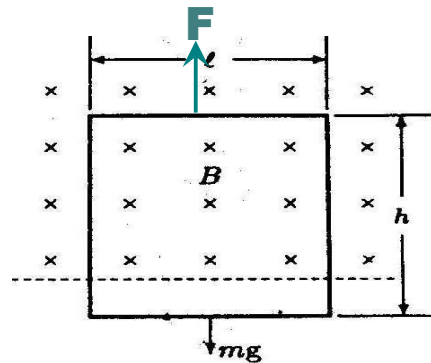
【解答】：(a) $\ell v B$ (順時針) (b) $\frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$ (c) $\frac{mgR - \ell^2 v B^2}{mR}$ (d) $\frac{mgR}{\ell^2 B^2}$

【解析】：(A) 線圈向下可視為上端導線切割磁力線 $\Rightarrow \varepsilon = \ell v B$ (順時針)

(B) $P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{\ell^2 v^2 B^2}{R}$

(C) $a = \frac{\sum F}{m} = \frac{mg - \ell^2 v B^2 / R}{m}$

(D) $mg = \frac{\ell^2 v B^2}{R} \Rightarrow v_T = \frac{mgR}{\ell^2 B^2}$



範例 19：

【解答】：1. $\frac{(\varepsilon - \ell v B)^2}{R}$ 2. $\frac{\varepsilon}{\ell B}$

【解析】：1. 感應電動勢必與外加電壓反向 (遵守能量守恆)

$$P = \frac{(\varepsilon - \ell v B)^2}{R}$$

2. 起始時扮演外力的主因： $F_{\text{電池}}$

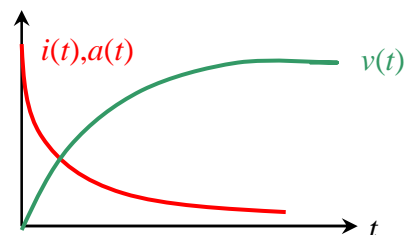
但開始時， $\varepsilon_{\text{磁}} = \ell v B$

$\therefore v$ 極小 $\therefore \ell v B < \varepsilon$

v 隨著 愈大， $F_{\text{磁}}$ 愈大

達到終端速度

直到 $\varepsilon = \ell v B$ ($i = 0$) $\therefore v_T = \frac{\varepsilon}{\ell B}$

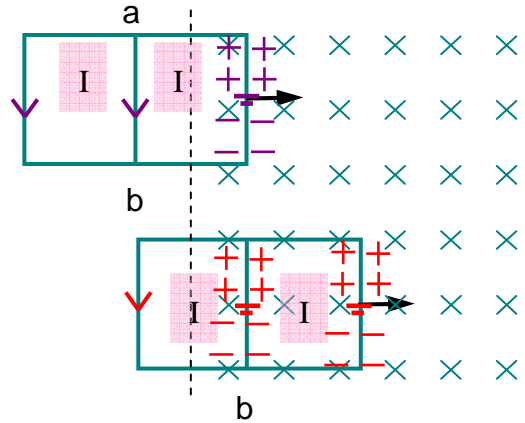


範例 20：

【解答】：(B)

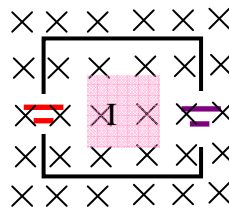
【解析】：

當導線之第 I 區進入磁場，依冷次定律，產生逆時鐘方向之電流(a → b)，以產生穿出紙之磁場，來反抗穿入導線之磁通量變大。同理當第 II 區進入磁場後(此時 I 區已全在磁場中磁通量不再變化)亦需產生逆時鐘方向之電流(b → a)以反抗 II 區迴路中磁通量之變化。



∴ 為等速度 → $\ell v B = \mathcal{E}$ 為定值

線圈整個在均勻 B 中移動, 微觀下兩個 \mathcal{E} 相互抵消 → 沒有電流



範例 21：

【解答】：(A)

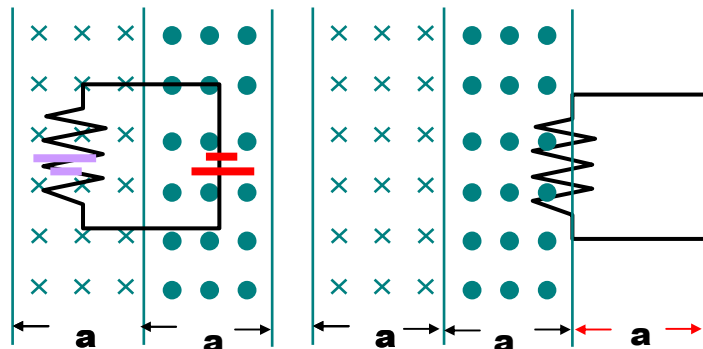
【解析】：(A) YES $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{avB}{R}$

(B) No，會產生逆時針方向的電流以抵抗線圈進入磁場

(C) No， $\mathcal{E} = 2avB$

(D) 封閉線圈在均勻磁場內受力才為 0 $F = 2iaB$

(E) No， $t = \frac{3a}{v}$



範例 22 :

【解答】：(A)(B)(D)(E)

【解析】：(A)Yes (B)Yes , $i = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{3avB}{R}$

$$(C) F_{\text{外力}} = F_{\text{磁}} \quad i\ell B = \frac{3avB}{R} \times 3a \times B$$

$$(D) \text{YES} , P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(3avB)^2}{R}$$

$$(E) \text{Heat} = P \times t = \frac{(3avB)^2}{R} \times \left(\frac{2a}{v} \right) = \frac{18a^3 B^2 v}{R}$$

範例 23 :

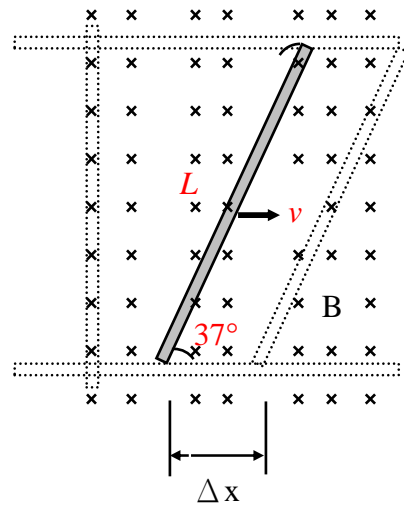
【解答】： $\frac{3}{5}LvB$

【解析】： $\varepsilon = \ell v B = L \sin 37^\circ \times v \times B \Rightarrow \varepsilon = \frac{3}{5}LvB$

最廣義的感應電動勢通式

$$\begin{cases} q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B} \\ \frac{W}{q} = \frac{\vec{F}}{q} \cdot \vec{S} \Rightarrow V = \vec{E} \cdot \vec{S} \Rightarrow \varepsilon = \vec{E} \cdot \vec{\ell} \end{cases}$$

$$\therefore \varepsilon = \vec{\ell} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$



範例 24 :

【解答】： 1. $\frac{\ell v_1 B}{\sqrt{2}}$ 2. $\ell v_2 B$

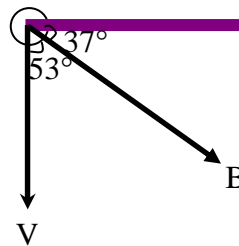
【解析】： $\varepsilon_1 = \ell (v_1 B \sin 45^\circ) \cos 0^\circ$, $\varepsilon_2 = \ell (v_2 B \sin 90^\circ) \cos 0^\circ$

範例 25 :

【解答】： 0.4mV

【解析】：

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \ell (v B \sin 53^\circ) \cos 0^\circ \\ &= 1 \times 10 \times (0.5 \times 10^{-4}) \times 0.8 \\ &= 4 \times 10^{-4} \text{ V} \\ &= 0.4 \text{ mV} \end{aligned}$$

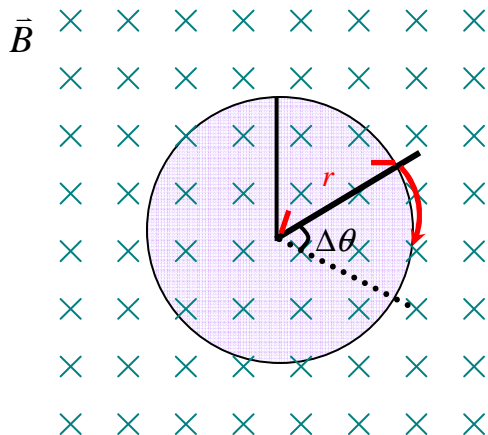


※當 v 愈大，切割地球磁力線，會產生 $\varepsilon \rightarrow$ space shuttle

範例 26：

【解答】：(E)

【解析】：



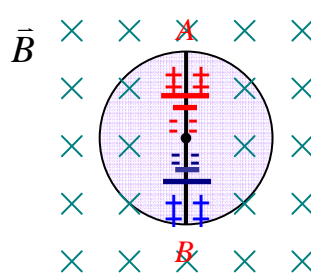
圖(A)

圖(A)的感應電動勢

$$F = i\ell B \Rightarrow B = \frac{i\ell}{F} \left(\frac{N}{A \cdot m} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\Delta A}{\Delta t} B = \frac{(1/2)r^2\Delta\theta}{\Delta t} B = \frac{1}{2}r^2\omega B$$

$$= \ell v B = r \frac{r\omega + 0}{2} B$$



圖(B)

圖(B)的感應電動勢：

$$\varepsilon_{AO} = \varepsilon_{BO} = \frac{1}{2} \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 \omega B$$

$$\varepsilon_{AB} = 0$$

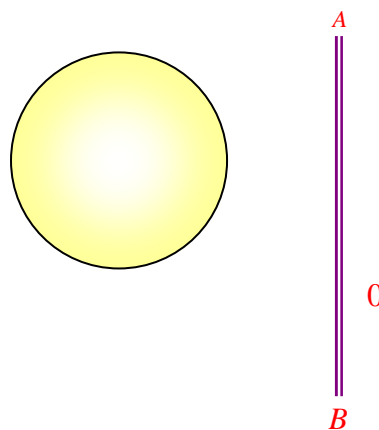
進階思考：

1. 改以半徑為 R 的圓盤轉動，盤緣與軸心的電位差為

何？ $\frac{1}{2}R^2\omega B$

2. 改以距棒 1/3 全長處為軸，金屬棒兩端的電位差為何？

$$\varepsilon_{AB} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\ell \right)^2 \omega B - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\ell \right)^2 \omega B$$



範例 27：

【解答】：(1) $2.4\pi(V)$ (2) $1.44\pi(V)$

【解析】：600 r.p.m = 10 r.p.s = 20 rad/s

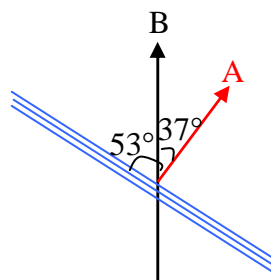
(1) $\varepsilon_{MAX} = \omega NBA$

$$= 20\pi \times 20 \times 0.2 \times 0.03$$

$$= 2.4\pi \text{ (V)}$$

(2) $\varepsilon_{MAX} = \omega NBA \sin \omega t$

$$= 2.4\pi \sin 37^\circ \text{ (V)}$$



範例 28 :

【解答】: (1) $\pi r^2 B$ (2) $2\pi r^2 B f$ (3) $\mathcal{E}_{\max} = f B \pi^2 r^2; i_{\max} = \frac{f B \pi^2 r^2}{R}$

(4) 見解析

【解析】(1) $\Delta\phi = \Delta(BA) = B \times \pi r^2$

(2) $\mathcal{E} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\pi r^2}{T/2} = 2B\pi r^2 f$

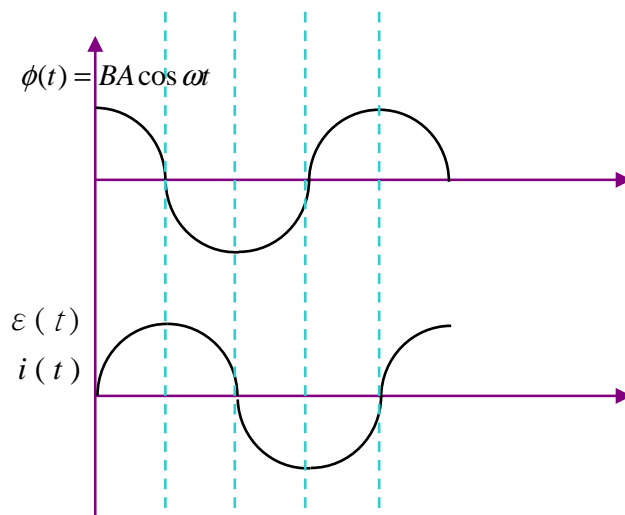
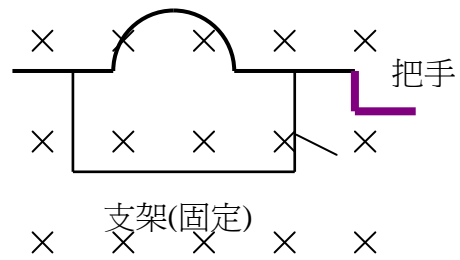
(3) $\Delta\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \left[A_{\text{長方形}} + \frac{1}{2} \pi r^2 \cos \omega t \right]$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\phi}{dt} = \omega B \frac{1}{2} \pi r^2 \sin \omega t \\ &= 2\pi f B \frac{1}{2} \pi r^2 \sin \omega t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow i_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{R} = \frac{f B \pi^2 r^2}{R}$$

(4) $\cos \omega t = 1 \Rightarrow t = 0$

$$\mathcal{E} = \omega B A \sin \omega t = 0 \quad \therefore i = 0$$



範例 29 :

【解答】: (E)

【解析】: $N_1 > N_2$ 降壓變容器

(A) No. 直流電不行

(B) 理想變壓器: $P_{in} = P_{out}$

實際變壓器: $P_{in} > P_{out}$

(C) 頻率相同

$$(D) \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1$$

$$(E) \text{ Yes, } \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1$$

範例 30：

【解答】：(1)20 匝 (2) 60mA (3) 220W (4)1.1 度

【解析】：

(1)

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{6600}{110} = \frac{1200}{N_2}$$

$$\therefore N_2 = 20 \text{ 匝}$$

(2)電壓變小，電流必變大

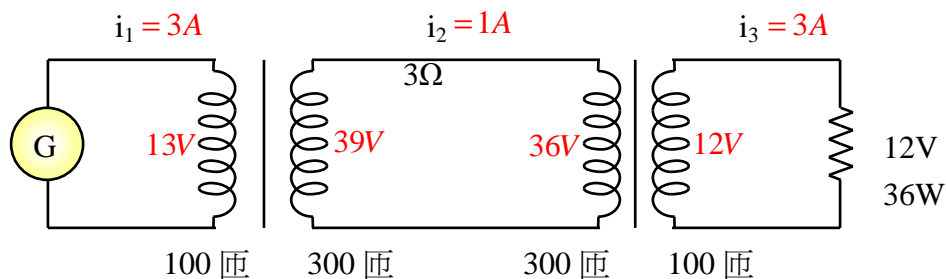
邱博文亂算原理：1mA×60

$$(3) P = \frac{V^2}{R} = \frac{110^2}{55} = 220W$$

$$(4) 0.22 \times 5 = 1.1 \text{ 度}$$

範例 31：

【解析】：(1)3A (2)1A (3)3A (4)39W (5)13V



$$(1) P = IV \Rightarrow I = \frac{P}{V} = 3A$$

$$(2) i_2 \varepsilon_2 = i_3 \varepsilon_3 \Rightarrow i_2 = 1A$$

$$(3) i_1 = 3A$$

$$(4) P = IV = 3A \times 13V = 39W$$

$$(5) 13V$$

範例 32：

【解答】：1.(B)(E) 2.(E)

【解析】：1. (A)是電子流；(C)是氦的原子核；(D)是核內電子

2. (E)是氦的原子核

範例 33：

【解答】：(B)

【解析】：電磁波在磁場中不偏折

範例 34：

【解答】：(A)(C)(D)(E)

【解析】：(A)Yes

(B)No，等速時不行

(C)Yes

(D)Yes，雷射光是單頻電磁波

(E)Yes

範例 35：

【解答】：(D)(E)

【解析】：略