第十七章

170102 靜電學基本概念

4. 電的種類－富蘭克林的定義：
   - ➔ 正電：被絲絹摩擦後，玻璃棒所帶的電稱為正電。
     ⇨絲絹帶負電，玻璃棒帶正電（ 記法：絲負 ）。
   - ➔ 負電：被毛皮摩擦後，塑膠棒所帶的電稱為負電。
     ⇨毛皮帶正電，塑膠棒帶負電(記法：塑負)。

170103 「牛頓萬有引力」與「庫侖靜電力」之比較：

	牛頓萬有引力	庫侖靜電力（Coulomb Force）
常數	萬有引力常數 $G=6.67\times10^{-11}\quad N\cdot m^2/kg^2$	庫侖常數 $k=9\times10^{9}\quad N\cdot m^2/C^2$
相異處	只有引力	同性電荷：斥力(同性相斥) 異性電荷：引力(異性相吸)
備註	基本電荷之間的庫侖力比萬有引力大很多(約 10^{39} 倍)，因此基本電荷之間的計算若無特別聲明，一般計算只考慮庫侖力。但若是一般的金屬球問題，還是要考慮重力。	

170104 「牛頓萬有引力」與「庫侖靜電力」之比較 2：

庫侖力與萬有引力的比值為：

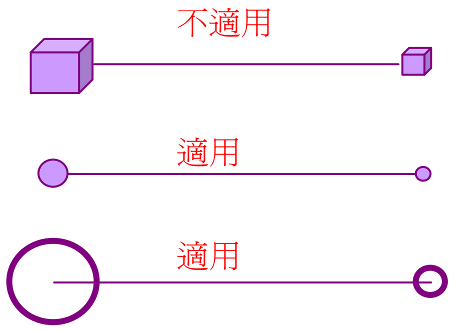
$$\frac{F_{庫}}{F_{萬}}=10^{20}\times10^{12}\times10^{8}=10^{40}(或10^{39})$$

3.庫侖定律的適用範圍－－點、球、球殼：

$F=\dfrac{kQq}{R^2}$ X

$F=\dfrac{kQq}{R^2}$ V

$F=\dfrac{kQq}{R^2}$ V



170201 靜電感應與感應起電

【備註】：

使單一導體帶電，接地時，為何另一端電荷沒有被導走？___被帶電體吸引___

為何遠端電荷被導走？被帶電體___排斥___

與接地線的位置___無關___

170202 感應起電的基本特性：

(1)靠近帶電體的一端感應產生異性電，另一端感應產生同性電。
- Why？異性相吸，帶電體會吸引出(感應出)異性電荷。

(2)正、負電荷同時產生，電量相等。
- Why？物體本是___電中___性、遵守電荷守恆定律。

(3)帶電體愈靠近，感應生成的電量愈多；愈遠離，感應生成的電量愈小。
- Why？帶電體會吸引出異性電荷，距離愈近，引力愈大。

(4)感應電荷之電量恆小於或等於原帶電體之電荷。
- Why？
- 何時相等? 完全包含於其中

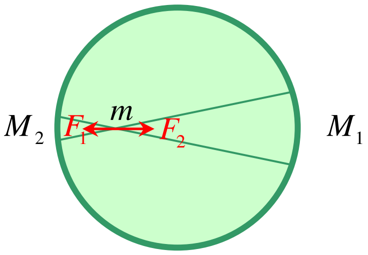
(5)原帶電體之電量不因靜電感應而改變。
- Why？通常帶電體為絕緣體。帶電體也會產生靜電感應嗎?

(6)帶電體除去，導體上的電荷立即恢復。
- Why？帶電體消失，吸引力也隨之消失。

170312 球殼問題的預備定理

定理	定理一	定理二	定理三
意義	均勻球殼對其內部物體不施力	內部物體對均勻殼亦不施力	電荷均勻分布的球殼對其內部物體不施力
證 明	如下	作用與反作用力定律	如下
備註		定理一的逆定理	定理一的庫侖版

【證明】：



$$F_1=\frac{GM_1m}{R_1^2}=\frac{G(KR_1^2)m}{R_1^2}\qquad (M\propto A=4\pi R^2\propto R^2)$$

$$F_2=\frac{GM_2m}{R_2^2}=\frac{G(KR_2^2)m}{R_2^2}$$

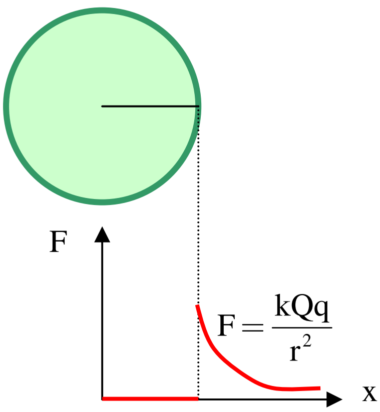
$$\rightarrow wow\ !\ F_1=F_2$$

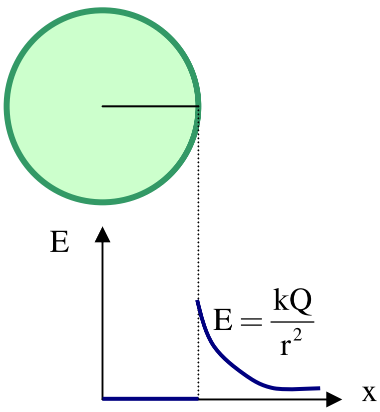
結 論：均勻球殼對其內部物體不施力；均勻帶電球殼對其內部物體不施力。

170313 電荷均勻分布的導體球

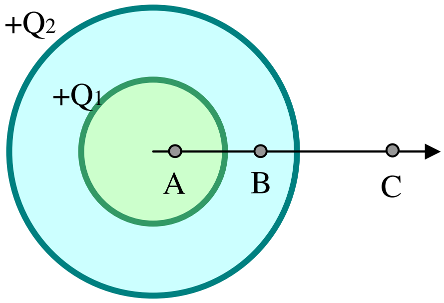
單一球殼問題

位置	內　　部	外　　部
意義	內部，合力=0 空心厚球殼　空心薄球殼　實心球 結果都相同 why？	視為帶等量電，在球心處的點電荷





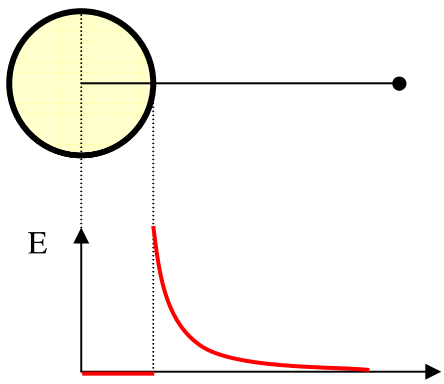
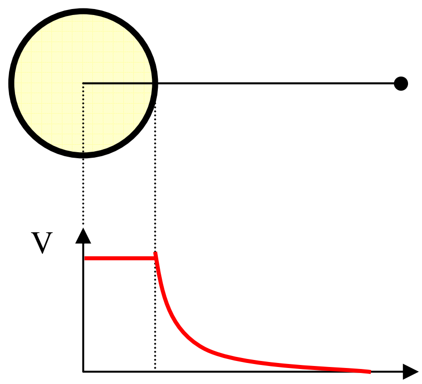
170314 多球殼問題：(Hint:分在內部或外部，一層一層看)



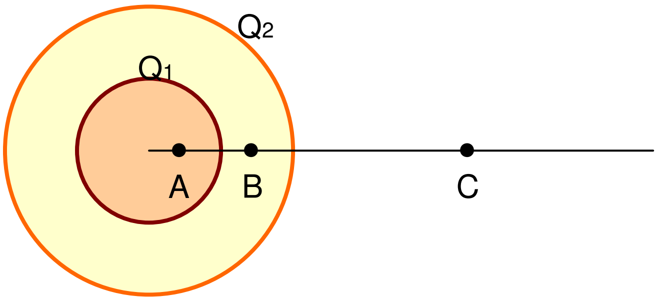
※ r 是該點到球心的距離，為避免出現太多的下標。故 r 為一變數！

- A 在 Q_1 的內部、Q_2 的內部：$E_A = 0 + 0 = 0$
- B 在 Q_1 的外部、Q_2 的內部：$E_B = \frac{kQ_1}{r^2} + 0 = \frac{kQ_1}{r^2}$
- C 在 Q_1 的外部、Q_2 的外部：$E_C = \frac{kQ_1}{r^2} + \frac{kQ_2}{r^2} = \frac{k(Q_1+Q_2)}{r^2}$

170413 球殼之電場與電位推導

電場推導	電位推導
	
※解題關鍵：內部不受力 →內部庫侖力為 0 →內部電場為 0	※解題關鍵：內部不受力 →在內部移動，作功最少=0 →內部各點，能量相等 →內部各點，電位相等 →內部各點的電位與球面相等
※結論：內部電場為 0	※結論：內部各點的電位與球面相等

170414 多球殼的電位問題：(Hint：分在內部或外部，一層一層看)



A 在 Q_1 的內部、Q_2 的內部：$E_A = 0$ $\quad V_A = \dfrac{k(+Q_1)}{R_1} + \dfrac{k(+Q_2)}{R_2}$

B 在 Q_1 的外部、Q_2 的內部：$E_B = \dfrac{kQ_1}{r^2} + 0$ $\quad V_B = \dfrac{k(+Q_1)}{r} + \dfrac{k(+Q_2)}{R_2}$

C 在 Q_1 的外部、Q_2 的外部：$E_c = \dfrac{kQ_1}{r^2} + \dfrac{kQ_2}{r^2}$ $\quad V_c = \dfrac{k(+Q_1)}{r} + \dfrac{k(+Q_2)}{r}$

170423 電荷金屬球的接觸

➔兩帶電金屬球，電量、半徑分別為 Q_1、R_1、Q_2、R_2。以細導線連接，電荷會移動至兩球電位相等為止。

➔1.平衡的條件為：$V_1 = V_2 \Rightarrow \dfrac{kQ_1}{R_1} = \dfrac{kQ_2}{R_2} \Rightarrow \dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$ (成正比)

➔2.平衡時的電場：$\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{\dfrac{kQ_1}{R_1^2}}{\dfrac{kQ_2}{R_2^2}} = \dfrac{\dfrac{kQ_1}{R_1} \times \dfrac{1}{R_1}}{\dfrac{kQ_2}{R_2} \times \dfrac{1}{R_2}} = \dfrac{R_2}{R_1}$ (成反比)

➔3.平衡時的面電荷密度：$\sigma = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{Q}{4\pi R^2} \propto E \Rightarrow \dfrac{\sigma_1}{\sigma_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ (成反比)

第十七章 詳 解

範例 01：

【解答】：1. 正，負，及不帶電。2.（見右表）

【解析】：1.金屬球視為頂點→(+)(-)(x)不帶電

A	B	C	D
+	+	－	不
+	+	不	－
－	－	+	不
－	－	不	+

範例 02：

【解答】：$-2\vec{i}+3\vec{j}$

【解析】：$2\vec{i}-3\vec{j}+\overrightarrow{F_{丙}}=0$

$\Rightarrow \overrightarrow{F_{丙}}=-2\vec{i}+3\vec{j}$

範例 03：

【解答】： 3F/8

【解析】：

電荷	A	B	C
起始狀況	Q	Q	0
C球先與A球接觸	Q/2	Q	Q/2
C球再與B球接觸	Q/2	3Q/4	3Q/4

$$F=\frac{kQ\cdot Q}{d^2},\ F'=\frac{k\cdot\frac{Q}{2}\cdot\frac{3Q}{4}}{d^2}=\frac{3}{8}\left(\frac{kQ\cdot Q}{d^2}\right)=\frac{3}{8}F$$

範例 04：

【解答】：一球帶電量是另一球的兩倍

【解析】：

$$\begin{cases} F=\dfrac{kQq}{d^2} \\ \dfrac{F}{8}=\dfrac{k(\frac{Q-q}{2})(\frac{Q-q}{2})}{d^2} \end{cases} \Rightarrow 8=\frac{4Qq}{(Q-q)^2}$$

$$2Q^2-5Qq+2q^2=0\Rightarrow(2Q-q)(Q-2q)=0\ \therefore\frac{Q}{q}=\frac{2}{1}\ or\ \frac{1}{2}$$

範例 05：

【解答】：1.(A) 2. q=Q/2

【解析】：1. 略

2.

$$\frac{q+(Q-q)}{2} \ge \sqrt{q(Q-q)}$$

又 $F=\dfrac{kq(Q-q)}{R^2}$ → 當 $q=\dfrac{Q}{2}$ 時，F 最大

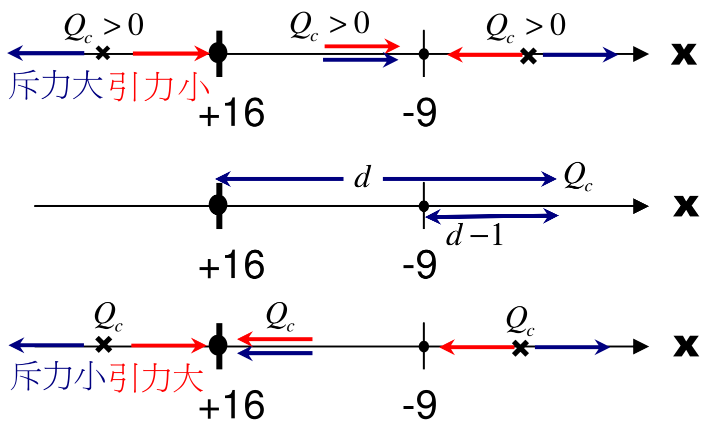
＊帶同性電相接觸後必變大，且兩者帶電量相等時，彼此庫倫力最大

＊＊進階思考答案為（全）

範例 06：

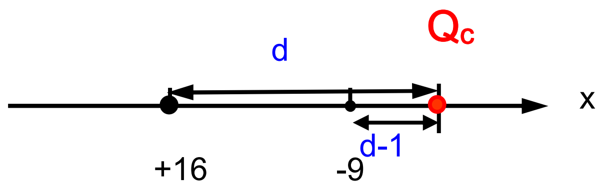
【解答】：(1) 4 (2) $Q_C = 1.44\times10^{-4}C$

【解析】：(1)



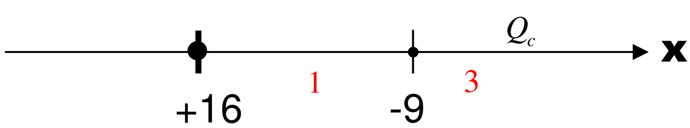
$$\frac{k(1.6\times10^{-6})Q_c}{d^2}=\frac{k(9\times10^{-6})Q_c}{(d-1)^2} \Rightarrow \frac{4}{d}=\frac{3}{d-1} \quad \therefore d=4$$

（與 Q_c 無關，甚至於正負皆無關）



(2) $$\frac{k(16\times10^{-6})(9\times10^{-6})}{1^2}=\frac{k(9\times10^{-6})Q_c}{3^2}$$ （與 Q_B 之帶電量 or 正負無關）

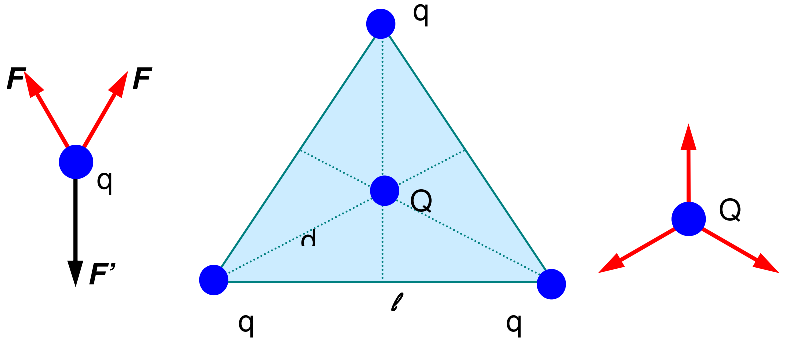
$$Q_C=16\times10^{-9}\times9=1.44\times10^{-4}C$$



範例 07：

【解答】：$q=\sqrt{3}Q$ 帶異性電

【解析】：依題，則分析重心處之電荷必呈平衡，不論正負，但若分析頂點上之電荷，則 Q,q 必異號



$$d=\frac{\sqrt{3}}{2}\ell\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\ell=\frac{\ell}{\sqrt{3}}$$

$$F'=F\cos30^{\circ}\times2\Rightarrow\frac{kqq}{\ell^2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\frac{kQq}{(\frac{\ell}{\sqrt{3}})^2}\therefore\sqrt{3}q=3Q\Rightarrow q=\sqrt{3}Q$$

【牛刀小試】

【解答】：(B)

【解析】：正三角形的正中央電場爲零，故三頂點的電荷相同。若要計算

$$\frac{kQQ}{R^2}\cos60^{o}\times2=\frac{kQQ'}{R^2}\Rightarrow Q=Q'$$

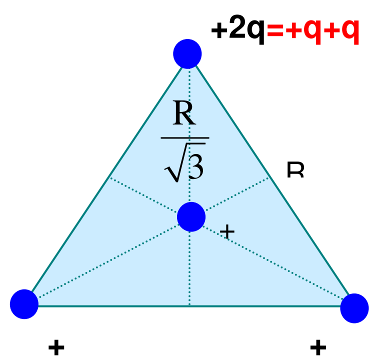
範例 08：

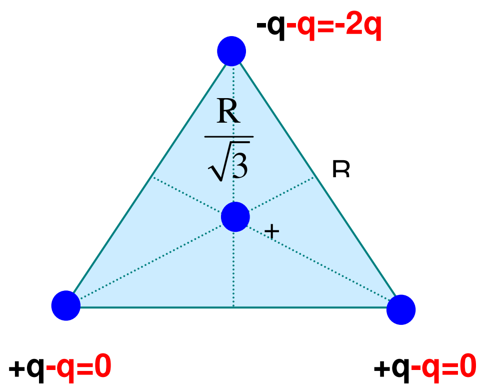
【解答】：(1) $\frac{3kQq}{R^2}$ (2) $\frac{6kQq}{R^2}$ (3) $\frac{3\sqrt{3}kQq}{R^2}$

【解析】：

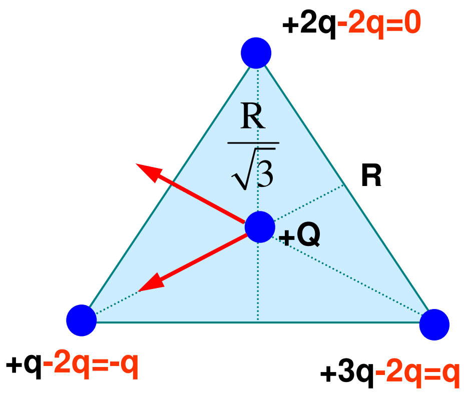
1. $F=\frac{kQq}{(\frac{R}{\sqrt{3}})^2}$

2. $F=\frac{kQ(2q)}{(\frac{R}{\sqrt{3}})^2}$

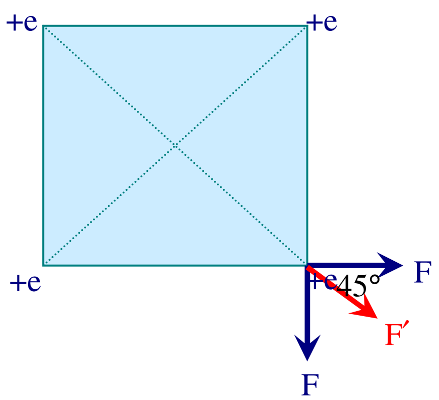




3. $F=\dfrac{kQq}{(\frac{R}{\sqrt{3}})^2}\cos 30^{\circ}\times 2$



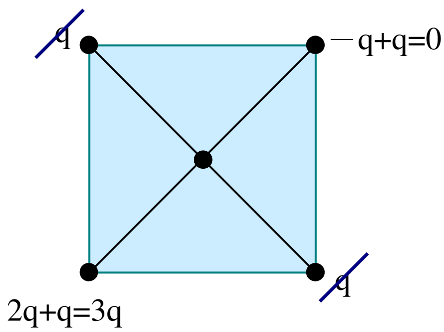
範例 09：
【解答】：(A)
【解析】：



$$\sum F=F'+F\cos 45^{\circ}\times 2$$
$$=\frac{kee}{(\sqrt{2}a)^2}+\frac{kee}{a^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2$$
$$=(\frac{1}{2}+\sqrt{2})\frac{kee}{a^2}$$
$$=(\frac{1}{2}+\sqrt{2})\frac{9\times 10^9\times(1.6\times 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2}$$
$$=1.914\times 9\times 2.56\times 10^{-8}$$
$$=2\times 9\times 2.5\times 10^{-8}$$

範例 10：
【解答】：$6\dfrac{kQq}{d^2}$
【解析】：

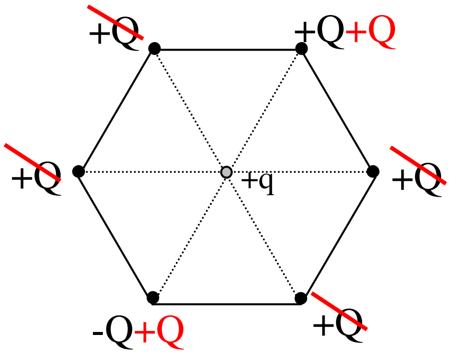
$$F=\frac{kQ(3q)}{(\frac{d}{\sqrt{2}})^2}=6\frac{kQq}{d^2}$$



範例 11：

【解答】：$\frac{2kQq}{L^2}$

【解析】：$F=\frac{k\bullet 2Qq}{L^2}$



範例 12：

【解答】：(1) $\sqrt[3]{\frac{kq_1q_2L}{m_1g}}$ (2) $\sqrt[3]{\frac{m_1^{\,2}g^2kq_1q_2}{L^2}}$ (3) m_1g

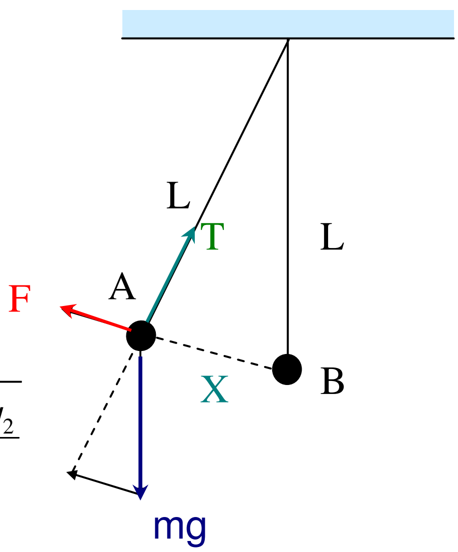
【解析】：

$$\frac{T}{L}=\frac{m_1g}{L}=\frac{F}{x},\ (F=\frac{kq_1q_2}{x^2})$$

$$x=\sqrt[3]{\frac{kq_1q_2L}{m_1g}}$$

$$F=\frac{kq_1q_2}{x^2}=\frac{kq_1q_2}{\sqrt[3]{(\frac{kq_1q_2L}{m_1g})^2}}=\sqrt[3]{\frac{m_1^{\,2}g^2kq_1q_2}{L^2}}$$

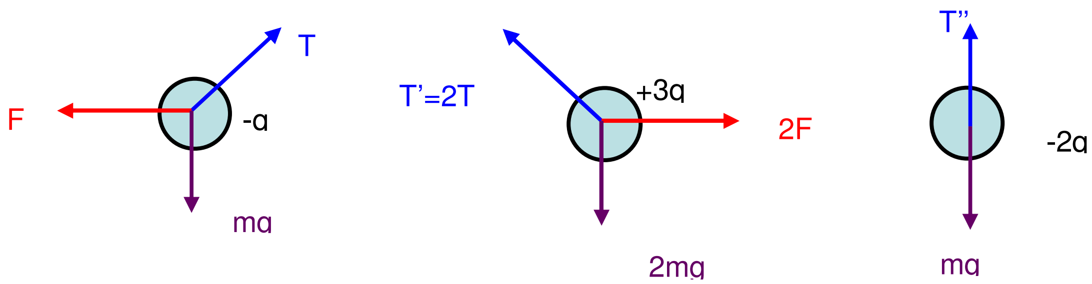
$$T=m_1g$$



範例 13：

【解答】：(C)

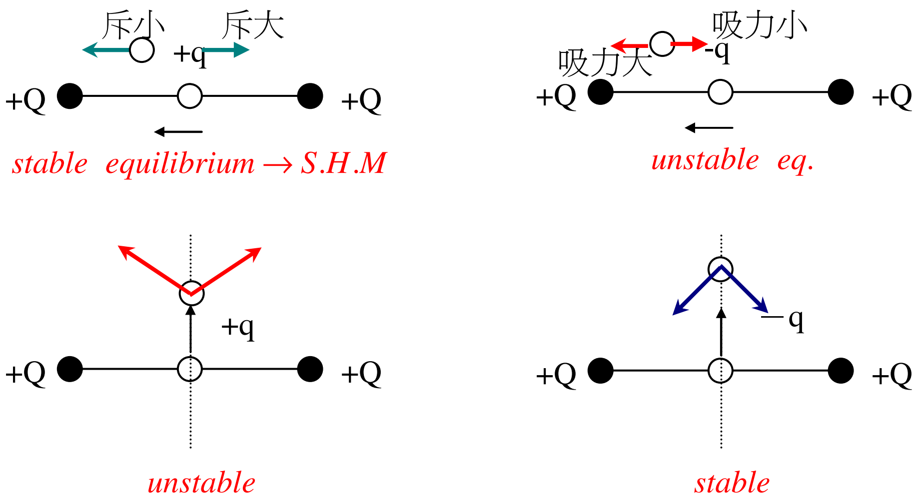
【解析】：



範例 14：

【解答】：(A)(B)(C)(D)(E)

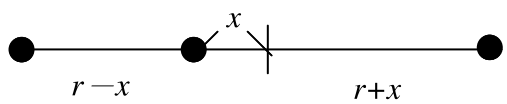
【解析】：



範例 15：

【解答】：$2\pi r\sqrt{\dfrac{mr}{4kQq}}$

【解析】：



$$\sum F = \frac{kQq}{(r-x)^2} - \frac{kQq}{(r+x)^2} = \frac{kQq4rx}{(r-x)^2(r+x)^2}$$

$$(\because x \ll r \quad \therefore r-x \simeq r \quad and \quad r+x \simeq r)$$

$$\simeq \frac{4kQq}{r^3}x \quad \to Wow.SHM\,!(\text{彈力係數}\,k' = \frac{4kQq}{r^3})$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4kQq}{r^3}}}$$

$$= 2\pi r\sqrt{\frac{mr}{4kQq}}$$

範例 16：

【解答】：$2\pi r\sqrt{\dfrac{mr}{2kQq}}$

【解析】：

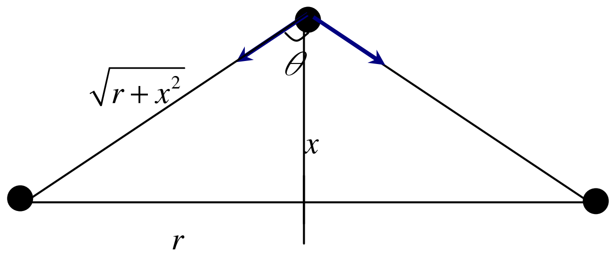
$$\sum F=\frac{kQq}{(\sqrt{r^2+x^2})^2}\cos\theta\times 2$$

$$=\frac{kQq}{(\sqrt{r^2+x^2})^2}\frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}\times 2$$

$$(\because r\gg x\quad \therefore \sqrt{r^2+x^2}\simeq r)$$

$$=\frac{2kQq}{r^3}x$$

$$\Rightarrow Wow!SHM!$$



$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{2kQq}{r^3}}}=2\pi r\sqrt{\frac{mr}{2kQq}}$$

範例 17：

【解答】：(B)(C)(I)

【解析】：熱(溫度高→低)，水位高→低，氣體壓力大→小

(A)摩擦生熱後轉移電子

(C)人爲不良導體

(D)較小。游離能小者，易失去電子，故帶正電；游離能大者，難失電子，易得電子，帶負電

(E)同種物質也有可能起電(導體也行)

(F)必小於或等於原電量

(G)水氣爲極性分子，易導電

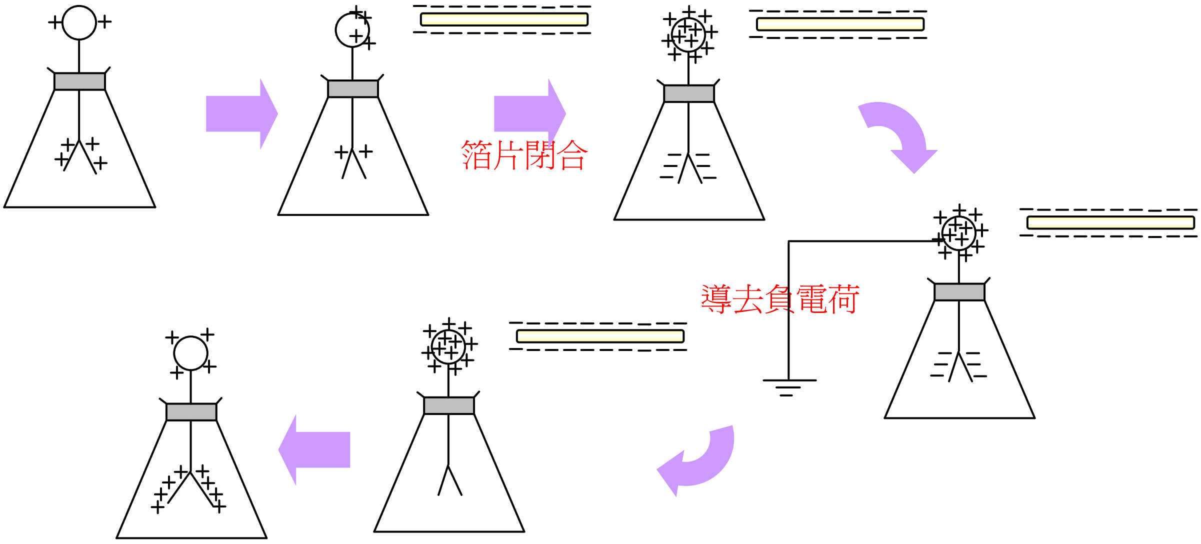
(H)絕緣體感應，無起電

(J) 從電位能高流向電位能低
熱(溫度高→低),水位高→低,
氣體壓力大→小

範例 18：

【解答】：(A)(C)(E)

【解析】：



範例 19：

【解答】：(A)(C)

【解析】：均勻電場→均勻電力→定力→等加速度運動

初速與電場平行→直線運動

初速與電場垂直（或夾一角度）→拋物線

範例 20：

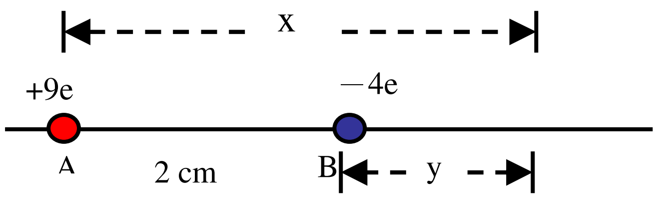
【解答】：(C)(D)(E)

【解析】：(A)(B)力與速度的方向無關→運動方向不一定為電場的方向

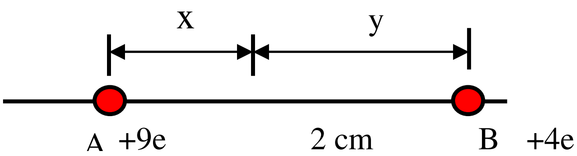
範例 21：

【解答】：1. B 右方 4 公分處。2. B 左方 0.8 公分處

【解析】：1. $\dfrac{k(9e)(+1)}{x^2}=\dfrac{k(4e)(+1)}{y^2}\Rightarrow\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}=\dfrac{6cm}{4cm}$



2. $\dfrac{k(9e)(+1)}{x^2}=\dfrac{k(4e)(+1)}{y^2}\Rightarrow\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}=\dfrac{1.2cm}{0.8cm}$

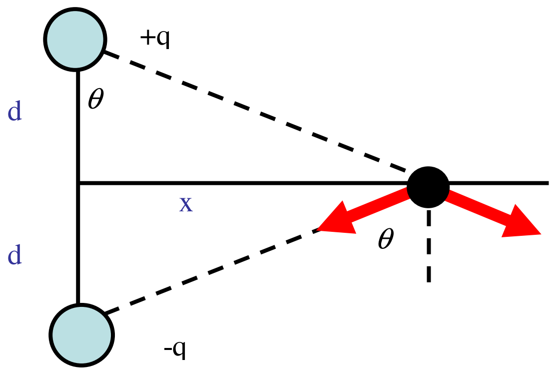


範例 22：

【解答】：1. $\dfrac{2kqd}{(\sqrt{d^2+x^2})^3}$。$(x>>d\rightarrow\dfrac{2kqd}{x^3})$ 2. $\dfrac{-4kqxd}{(x+d)^2(x-d)^2}$，$(x>>d\rightarrow\dfrac{-4kqxd}{x^4})$

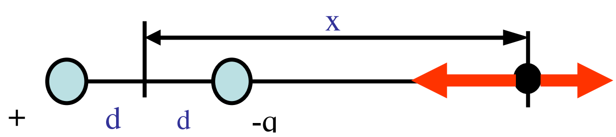
【解析】：1.

$$E=\frac{k(+q)(+1)}{(\sqrt{d^2+x^2})^2}\times\frac{d}{\sqrt{d^2+x^2}}\times 2$$
$$=\frac{2kqd}{(\sqrt{d^2+x^2})^3}$$
$(x>>d)$
$$=\frac{2kqd}{x^3}\propto\frac{1}{x^3}$$



2.

$$E=\frac{k(+q)(+1)}{(x+d)^2}+\frac{k(-q)(+1)}{(x-d)^2}=\frac{-4kqxd}{(x+d)^2(x-d)^2}$$
$$(x>>d)=\frac{-4kqxd}{x^4}\propto\frac{1}{x^3}$$



範例 23：

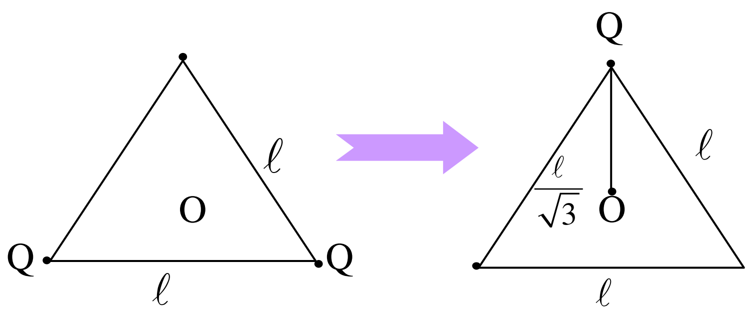
解題思路

→ 對 稱

【解答】：(B)

【解析】：

$$E=\frac{kQ(+1)}{(\frac{\ell}{\sqrt{3}})^2}=\frac{3kQ}{\ell^2}$$



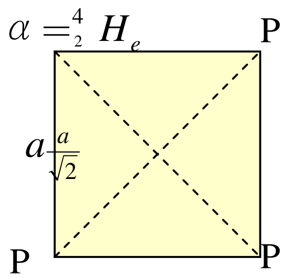
範例 24：

解題技巧： 數字次方分開算

【解答】：(C)

【解析】：

$$E=\frac{k(e)(+1)}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2}=\frac{2ke}{a^2}=\frac{2\times9\times1.6}{1^2}$$



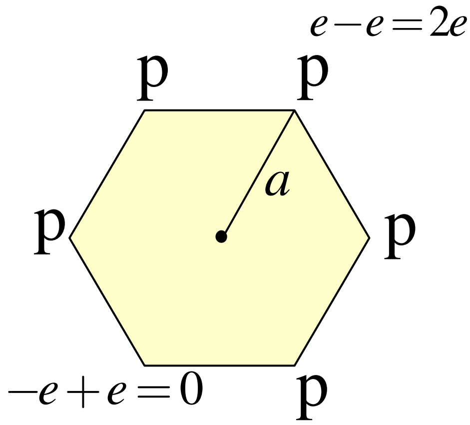
範例 25：

解題技巧： 數字次方分開算

【解答】：(C)

【解析】：

$$E=\frac{k(e)(+1)}{a^2}\times2=\frac{2ke}{a^2}$$

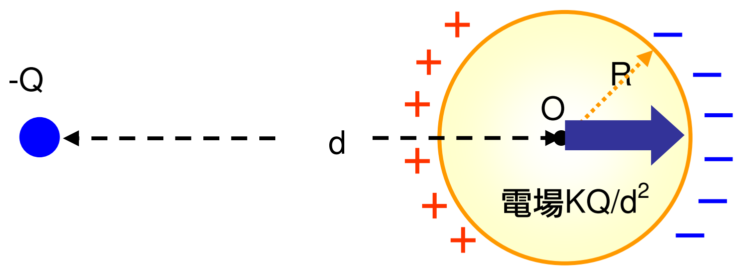


範例 26：

【解答】：(C)

【解析】：

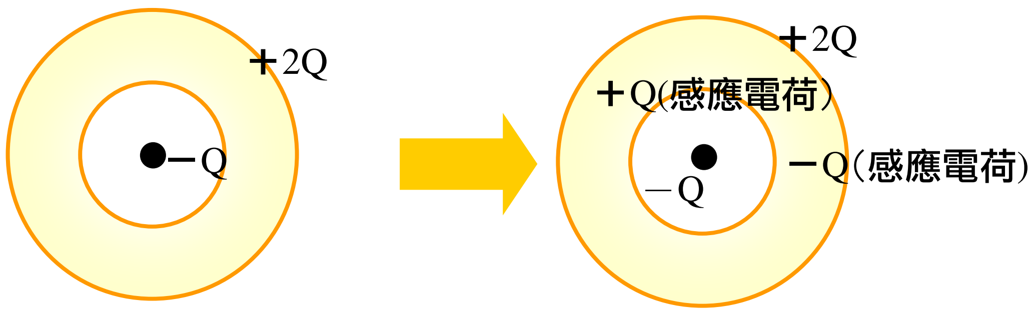
$$E_{感}=\left|E_{(-Q)}\right|=\frac{KQ(+1)}{d^2}(\rightarrow)$$



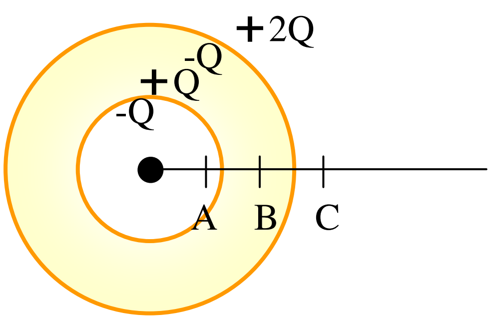
範例 27：

【解答】：(見詳解)

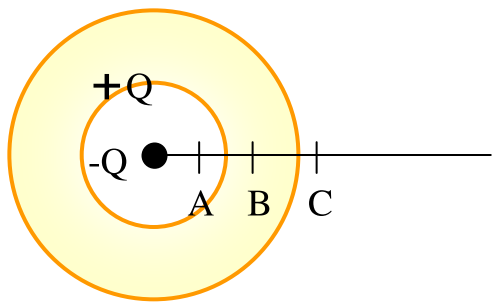
【解析】：



1.



2.外球殼接地後



1. $E_A=\frac{kQ}{r^2}$(向心)+O+O(不能防內賊)
   E_B=O
   $E_C=\frac{k(Q+Q-Q)}{r^2}=\frac{kQ}{r^2}$(離心)

2. $E_A=\frac{kQ}{r^2}$(向心)
   E_B=0
   E_C=0(類似金屬屏蔽)

範例 28：

【解答】：(C)(E)

【解析】：載流導線內部電場必不為 0。

範例 29：

【解答】：（略）

【解析】：

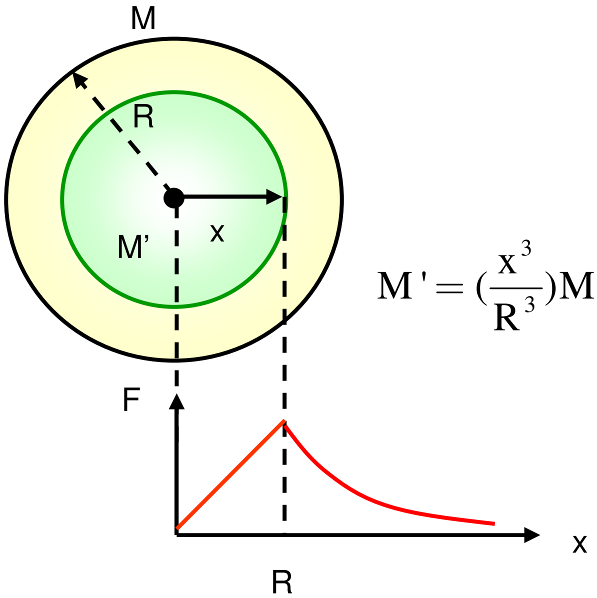
1. (i)球體內(0<x<R)

$$F=\frac{GM'm}{x^2}=\frac{G(\frac{x}{R})^3 Mm}{x^2}$$

$$=\frac{GMm}{R^3}\bullet x \propto x$$

1. (ii)球體外(R<x)

$$F=\frac{GMm}{x^2}\propto\frac{1}{x^2}$$



$$M'=(\frac{x^3}{R^3})M$$

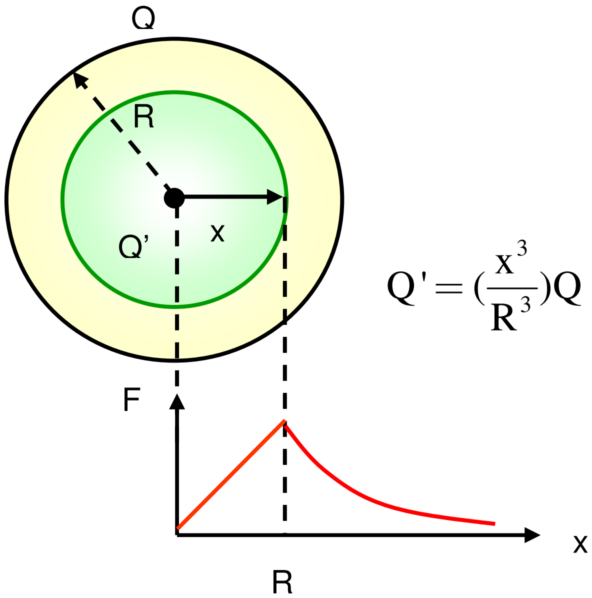
2 (i)球體內(0<x<R)

$$F=\frac{kQ'q}{x^2}=\frac{k(\frac{x}{R})^3 Qq}{x^2}$$

$$=\frac{kQq}{R^3}\bullet x \propto x$$

2. (ii)球體外(R<x)

$$F=\frac{kQq}{x^2}\propto\frac{1}{x^2}$$



$$Q'=(\frac{x^3}{R^3})Q$$

範例 30：

【解答】：(A)(B)(C)

【解析】：略，見講義。

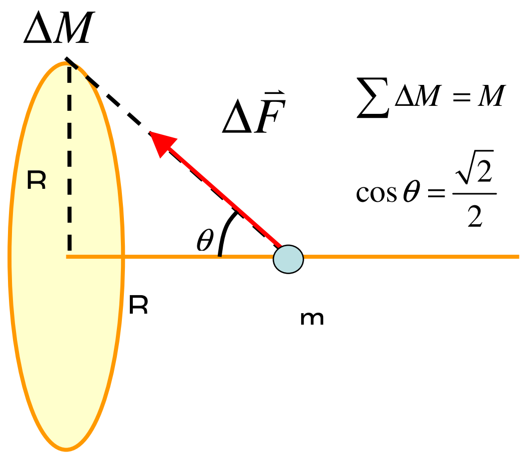
範例 31：

【解答】：1. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\dfrac{GMm}{R^2}$　　2. $F=\dfrac{\sqrt{8}}{27}\dfrac{kQq}{R^2}, E=\dfrac{2\sqrt{2}}{27}\dfrac{kQ}{R^2}$

【解析】：1.

$$F=\sum\Delta F=\sum\Delta F\cos\theta=\sum\frac{G\Delta Mm}{(\sqrt{2}R)^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{GMm}{R^2}$$

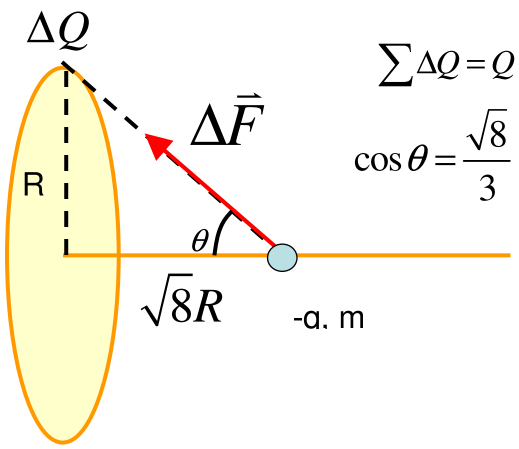


2.

$$F=\sum\Delta F=\int\Delta=\sum\Delta F\cos\theta=\sum\frac{k(\Delta Q)q}{(3R)^2}\times\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$=\frac{\sqrt{8}}{27}\frac{kQq}{R^2}$$

$$E=\frac{2\sqrt{2}}{27}\frac{kQ}{R^2}$$



範例 32：

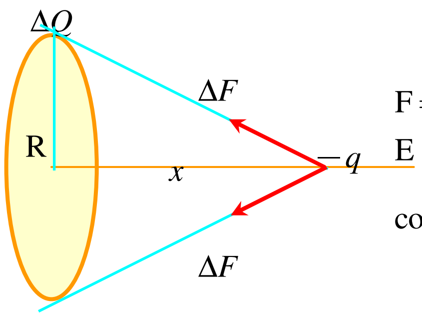
【解答】：(1) $\dfrac{kQq \cdot x}{(\sqrt{R^2+x^2})^3}$　(2)0　(3) $2\pi R\sqrt{\dfrac{mR}{kQq}}$

【解析】：

(1)

$$F = \sum F = \sum F\cos\theta = \sum \frac{k\Delta Qq}{(\sqrt{R^2+x^2})^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{kQq \cdot x}{(\sqrt{R^2+x^2})^3}$$

$$E = \sum E = \sum E\cos\theta = \frac{kQ \cdot x}{(\sqrt{R^2+x^2})^3}$$

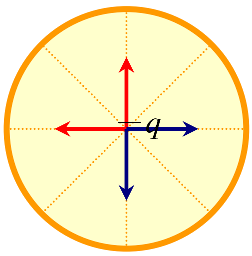


$$F = \sum \Delta F$$

$$E = \sum \Delta E$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

(2) $E = \sum \Delta E = 0$



(3)

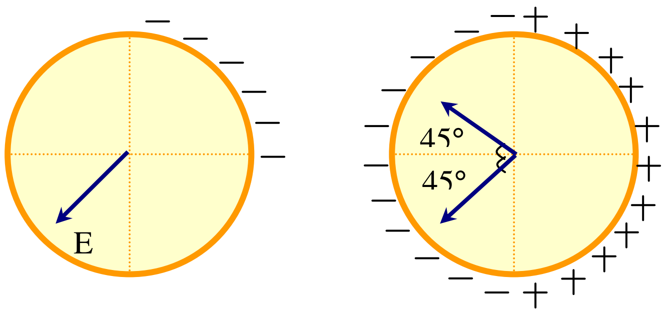
若$R >> x \Rightarrow F \fallingdotseq \dfrac{kQq \cdot x}{R^3} \propto x \Rightarrow$ Wow, SHM!

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{kQq}{R^3}}} = 2\pi R\sqrt{\frac{mR}{kQq}}$$

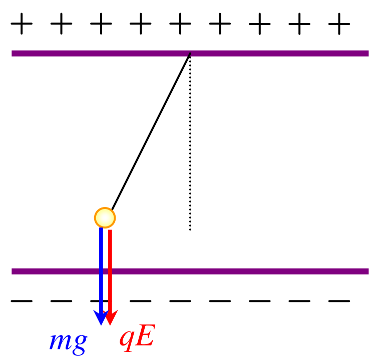
範例 33：

【解答】：(A)

【解析】：$\sum E = E\cos 45^\circ \times 4 = 0.5 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = \sqrt{2}$



範例 34：



【解答】：$2\pi\sqrt{\dfrac{m\ell}{(mq+qE)}}$

【解析】：等效重力場

$\Rightarrow mg+qE=mg'$

$\therefore g'=\dfrac{mq+qE}{m}$

$T=2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g'}}$

範例 35：

【解答】：(1)1/2 (2)2 (3)$\sqrt{2}$ (4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

【解析】：

$$(1)\ F=qE\propto q\Rightarrow\frac{F_P}{F_\alpha}=\frac{1}{2}$$

$$(2)\ a=\frac{F}{m}\Rightarrow\frac{a_P}{a_\alpha}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{4}}=\frac{2}{1}$$

$$(3)\ u^2=2as\quad u\propto\sqrt{a}\Rightarrow\frac{u_P}{u_\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$(4)\ S=\frac{1}{2}at^2\quad t\propto\frac{1}{\sqrt{a}}\Rightarrow\frac{t_P}{t_\alpha}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

範例 36：

【解答】：$\sqrt{\dfrac{qE}{md}}L$

【解析】：$a=\dfrac{F}{m}=\dfrac{qE}{m}\quad S=\dfrac{1}{2}at^2\Rightarrow\dfrac{d}{2}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{qE}{m})(\dfrac{L}{v})^2\Rightarrow v=\sqrt{\dfrac{qE}{md}}L$

範例 37：

【解析】：見講義

範例 38：

【解答】：(B)(D)

【解析】：(A)不一定。受力方向爲電力線切線方向

(C)靜電電力線始於+，終於－，故不封閉（ 磁力線才封閉 ）

(D)有電力分量（ 與表面不垂直 ）則必有電荷流動

(E)載流導線之電力線與表面平衡

＊發電機(電磁感應)的情況下，電力線可能封閉

範例 39：

【解答】：(D)(E)

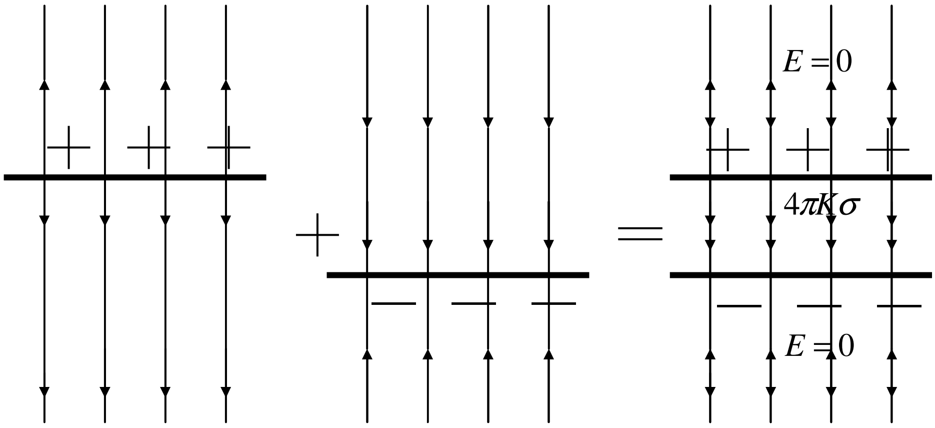
【解析】：__電力線是直線__And ($v_0=0$　Or　$v_0 // E$　) [想想自由落體與鉛直上拋]

範例 40：

【解析】：$E(2A)=4\pi kQ \rightarrow E=\dfrac{2\pi kQ}{A}=2\pi k\sigma$

範例 41：

【解析】：$EA=4\pi kQ \quad \therefore E=\dfrac{4\pi kQ}{A}=4\pi k\sigma$

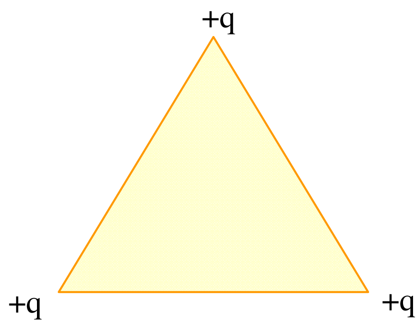


範例 42：

【解答】：1. $\dfrac{3kq^2}{d}$　　2. $-\dfrac{3kq^2}{2d}$

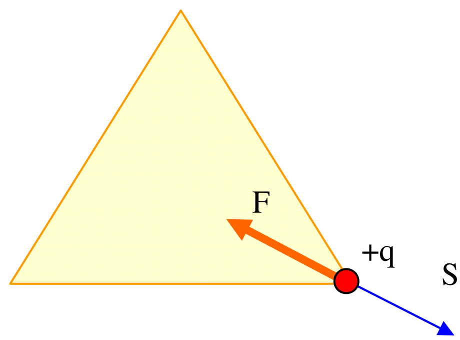
【解析】：1.

$$W=\Delta U$$
$$=\frac{k(+q)(+q)}{d}\times 3-0$$



2. ＊ ∵力與位移反向∴必做負功

$$W=\Delta U$$
$$=\frac{k(+q)(+q)}{2d}\times 3-\frac{k(+q)(+q)}{d}\times 3$$
$$=-\frac{3kq^2}{2d}$$

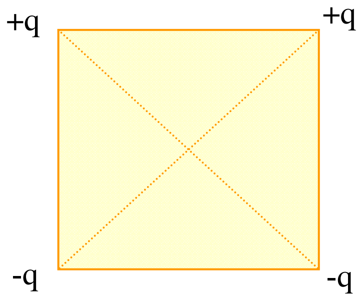


範例 43：

【解答】：(1) $-\dfrac{\sqrt{2}kq^2}{a}$　　(2) $\dfrac{kq^2}{\sqrt{2}a}$

【解析】：

(1) $\sum U=\dfrac{k(+q)(-q)}{\sqrt{2}a}\times 2$ 只剩對角線兩組



(2)

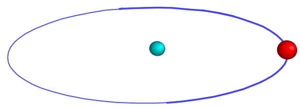
$$W=\Delta U=U'-U=\frac{-kq^2}{\sqrt{2}a}-(-\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}\times 2)$$

$$=\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$$

＊電位能非向量，但可因正負而抵消

範例 44：

【解析】：

運　動	行星繞日	電子繞原子核
圖　示		
位能	$U=-\dfrac{GMm}{r}$	$U=\dfrac{k(+e)(-e)}{r}=-\dfrac{ke^2}{r}$
動能	$E_k=\dfrac{GMm}{2r}$	$E_k=\dfrac{ke^2}{2r}$
總能	$E=U+E_k=-\dfrac{GMm}{2r}$	$E=\dfrac{-ke^2}{2r}$ 游離能; 束縛能

碰撞：兩物體間有力之作用

$$E_k=E_{ki}+\cancel{E_{kC}}$$

$$\Rightarrow E_{ki}=U_e$$

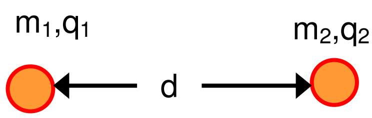
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}v_{12}^2=\frac{kq_1q_2}{r}$$

範例 45：

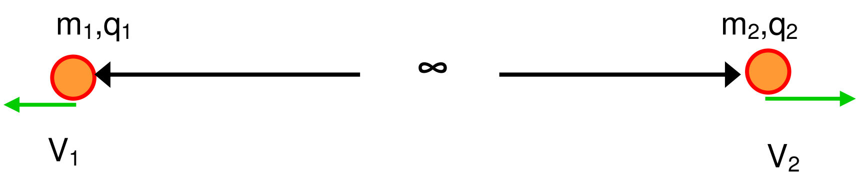
【解答】：$\sqrt{\dfrac{2kq_1q_2m_1}{m_2(m_1+m_2)d}}$

【解析】：

釋放前：動能E_k爲零，位能U不爲零



釋放後：動能E_k不爲零，位能U趨近零



由能量守恆以及動量守恆，可得下式：

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}m_1v_1^2+\dfrac{1}{2}m_2v_2^2-\dfrac{k(+q_1)(+q_2)}{d}=0\\ m_1v_1=m_2v_2\end{cases}$$ ，且 $E_k=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{m^2v^2}{2m}=\dfrac{P^2}{2m}\propto\dfrac{1}{m}$

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{\dfrac{1}{m_2}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}\times\frac{kq_1q_2}{d}=\frac{m_1}{m_1+m_2}\times\frac{kq_1q_2}{d}$$

$$\Rightarrow v_2=\sqrt{\frac{2m_1}{m_2(m_1+m_2)}\times\frac{kq_1q_2}{d}}$$

進階挑戰

【解答】：$\sqrt{\dfrac{2kq_1q_2(m_1+m_2)}{m_1m_2r}}$

由靜止釋放，**質心速度** $v_C=0$　∴**質心動能** $E_{kc}=0$

$$E_k=E_{ki}+\cancel{E_{kC}}$$

$$\Rightarrow E_{ki}=U_e$$

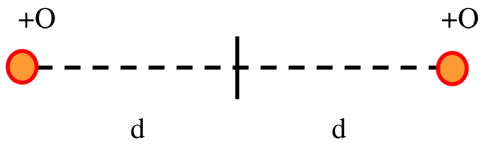
$$\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}v_{12}^2=\frac{kq_1q_2}{r},\ v_{12}=\sqrt{\frac{2kq_1q_2(m_1+m_2)}{m_1m_2r}}$$

範例 46：

【解答】：1. $E=0, V=\dfrac{2kQ}{d}$ 2. $E=\dfrac{2kQ}{d^2}, V=0$ 3.電位爲 0 處在 x 右方 2d/3，或 x 右方 2d。電場爲 0 在 x 右方 $(1+\sqrt{2})d$ 處。

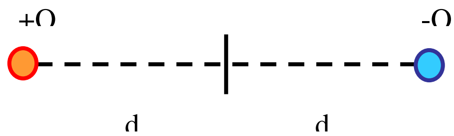
【解析】：

1.



$$E=0$$
$$V=\frac{k(+Q)(+1)}{d}\times 2$$

2.

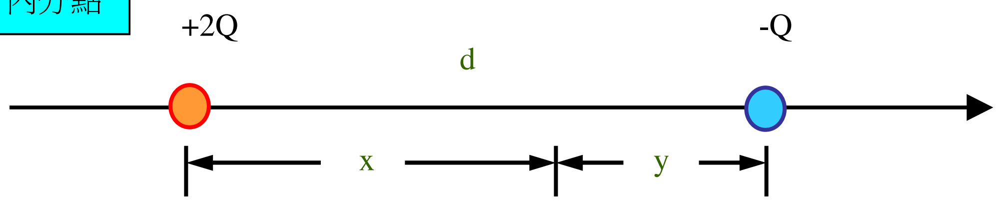


$$E=\frac{kQ(+1)}{d^2}\times 2$$
$$V=0$$

※電場因方向相反而抵消；電場因正負相反而抵消。

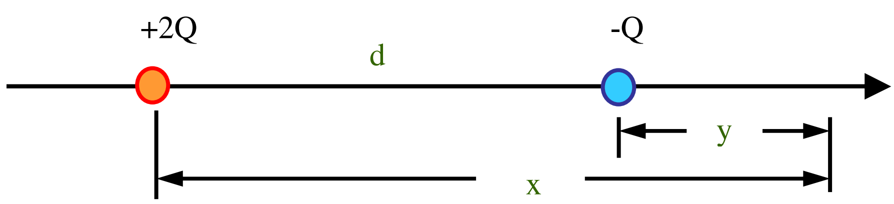
3.電位=0 有兩解，電場=0 有一解 (無窮遠處除外)

內分點



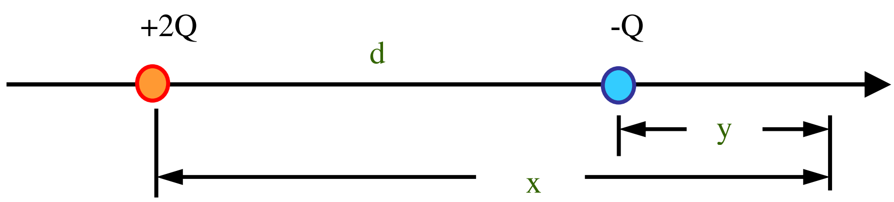
$$\frac{k(+2Q)(+1)}{x}+\frac{k(-Q)(+1)}{y}=0$$
$$\Rightarrow x:y=2:1=\frac{2}{3}d:\frac{1}{3}d$$

外分點



$$\frac{k(+2Q)(+1)}{x}+\frac{k(-Q)(+1)}{y}=0$$
$$\Rightarrow x:y=2:1=2d:d$$

※ E=0 處，V 不一定=0；反之，V=0 處，E 不一定=0



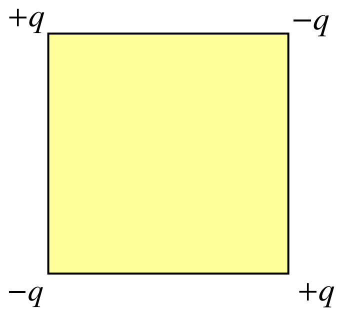
$$\frac{k(+2Q)(+1)}{x^2}+\frac{k(-Q)(+1)}{y^2}=0$$

$$\Rightarrow x:y=\sqrt{2}:1=(2+\sqrt{2})d:(1+\sqrt{2})d$$

中心點

$V_0=0$

$E_0=0$



範例 47：

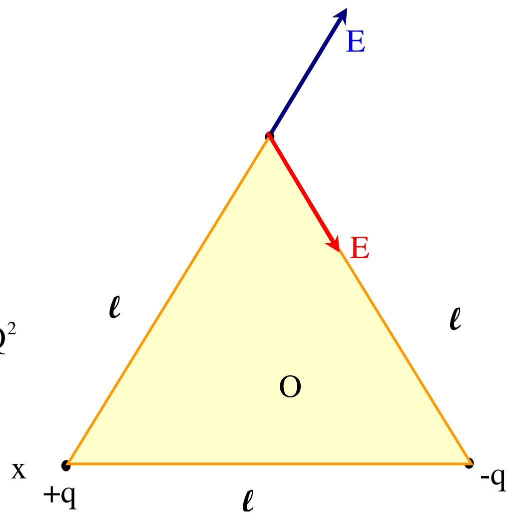
【解答】：(C)

【解析】：

$$\sum E=\frac{kq}{\ell^2}\cos 60^\circ\times 2=\frac{kQ}{\ell^2}$$

$$\Rightarrow q-Q$$

所求$(+q)(-q)=(+Q)(-Q)=-Q^2$



範例 48：

【解答】：(A)

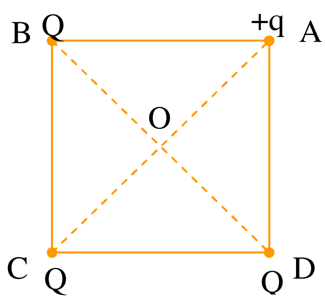
【解析】：

$$W=\Delta U=U_0-U_A$$

$$=\frac{kQq}{\frac{a}{\sqrt{2}}}\times 3-[\frac{kQq}{a}\times 2+\frac{kQq}{\sqrt{2}a}]$$

$$=\frac{kQq}{a}(3\sqrt{2}-2-\frac{\sqrt{2}}{2})$$

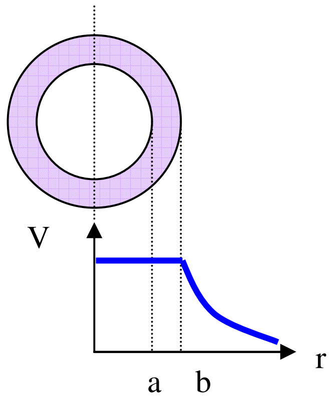
$$=\frac{9\times 10^9\times 5\times 10^{-7}\times 3\times 10^{-6}}{0.2}\times 1.5$$



範例 49：

【解答】：(B)

【解析】：電荷 Q 均勻分布在外表面，與金屬厚度無關！



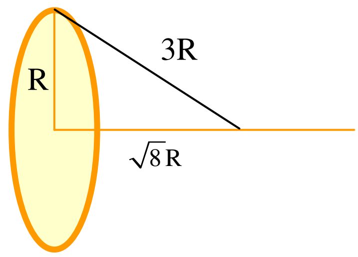
範例 50：

【解答】：(1) $\dfrac{kQ}{3R}$ (2) $\dfrac{kQ}{R}$

【解析】：1. $V=\sum\Delta V=\sum\dfrac{k(\Delta Q)}{3R}=\dfrac{kQ}{3R}$

2. $V=\sum\Delta V=\dfrac{kQ}{R}$

$E=0$



範例 51：

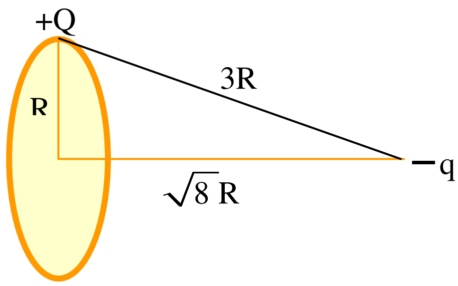
【解答】：$\sqrt{\dfrac{4kQq}{3mR}}$

【解析】：增加的 E_k＝減少的 U_e

$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=\frac{k(+Q)(-q)}{3R}-\frac{k(+Q)(-q)}{R}$$

$$=\frac{2}{3}\frac{kQq}{R}$$

$$\therefore v=\sqrt{\frac{4kQq}{3mR}}$$



範例 52：

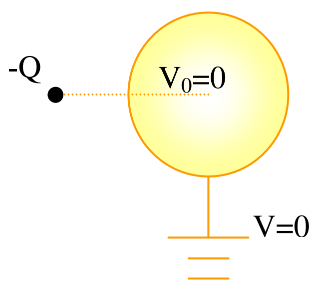
【解答】：$\dfrac{Q}{2}$

【解析】：

$$V_0=\frac{k(-Q)}{2R}+\frac{k(+q)}{R}=Q$$

$$\Rightarrow Q=\frac{Q}{2}<Q$$

＊ 感應電量≤原帶電量（當帶電體位於球內時等號成立）



範例 53

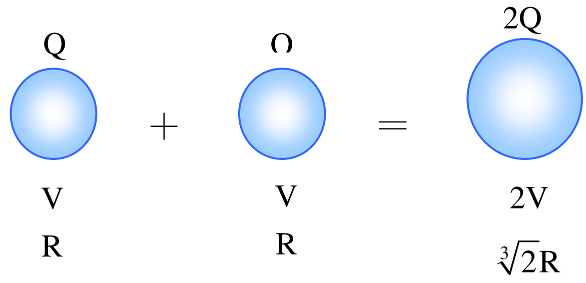
【解答】: $E' = \sqrt[3]{2}E$，$V' = \sqrt[3]{4}ER$

【解析】

$$E = \frac{kQ}{R^2}$$

$$E' = \frac{k \cdot 2Q}{(\sqrt[3]{2}R)^2} = \sqrt[3]{2}\frac{kQ}{R^2} = \sqrt[3]{2}E$$

$$V' = \frac{k \cdot 2Q}{\sqrt[3]{2}R} = \sqrt[3]{4}ER$$



範例 54：

【解答】: (E)

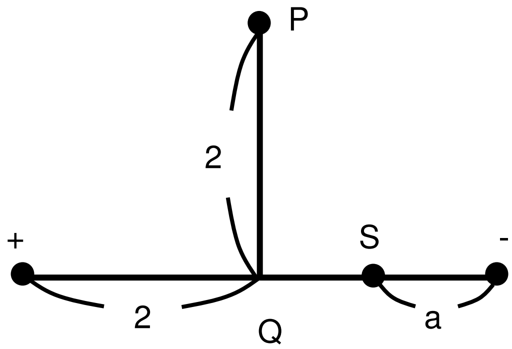
【解析】: *零位面之變換

$$V_P = 0$$

$$V_S = \frac{k(+q)}{3a} + \frac{k(-q)}{a} = -\frac{2}{3}\frac{kq}{a}$$

$$\Rightarrow V'_P = \frac{2}{3}\frac{kq}{a}$$

$$V'_S = 0$$



範例 55：

【解答】: (B)(C)(E)

【解析】: $F = qE = (q\alpha)x \Rightarrow$ Wow.SHM!

(A)由簡諧運動:平衡點速率最大

(B)由簡諧運動:振幅=4m

(C) $F = qE = 2\times10^{-6}\times(-100)\times1$
$= -2\times10^{-4}N$

(D)(E)端點：v=0 動能最小，位能最大

範例 56：

【解答】: (B)

【解析】: $V_a = \frac{kQ_a}{a}$ $V_b = \frac{kQ_b}{b}$

$$Q_a' + Q_b' = Q_a + Q_b$$

$$\frac{Q_a'}{Q_b'} = \frac{a}{b} \Rightarrow Q_a' = \frac{a}{a+b}(Q_a + Q_b)$$

$$V_a' = \frac{kQ_a'}{a} = \frac{kQ_a + kQ_b}{a+b} = \frac{aV_a + bV_b}{a+b}$$

範例 57：

【解答】：1.(B) 2.(1)1:1 (2)1:2 (3)1:2

【解析】：1.

$$V_1 = V_2$$

$$\Rightarrow \frac{kQ_1}{R_1} = \frac{kQ_2}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}\text{(成正比)}$$

2. (1) 電位相等→電位比＝1：1

(2) 電場強度與半徑成反比→電場強度比＝1：2

(3) 表面電荷密度與電廠成正比→表面電荷密度比＝1：2

範例 58：

【解答】：1.（略） 2. 9×10^9 m 3. $\frac{1}{2}\frac{kQ^2}{R}$

【解析】：1. $V=\frac{kQ}{R}\Rightarrow C=\frac{Q}{V}=\frac{R}{k}$

2. $1=\frac{R}{k}=\frac{R}{9\times10^9}\Rightarrow R=9\times10^9\text{ m}(R_{地}=6400\text{公里}\doteq 6\times10^6\text{ m})$

＊若有一金屬球之 $R\fallingdotseq 1500R_{地}$ 時，可儲存 1 F 之電量（1 庫侖）

⇒儲存電量之難

3. $U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}Q\frac{kQ}{R}=\frac{1}{2}\frac{kQ^2}{R}$ 或 $U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times\frac{R}{k}\times(\frac{RQ}{R})^2=\frac{1}{2}\frac{kQ^2}{R}$

範例 59：

【解答】：1. （略） 2. 2 倍 3. 2 倍 4. 4 倍

【解析】：1.

$EA=4\pi kQ$，$E=\frac{4\pi kQ}{A}$。又 $W=F\cdot S$

$$\Rightarrow V=Ed=\frac{4\pi kQd}{A}\Rightarrow C=\frac{Q}{V}=\frac{A}{4\pi kd}\propto\frac{A}{d}$$

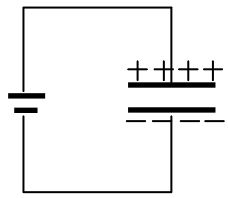
2. $C=\frac{Q}{V}=\frac{A}{4\pi kd}\propto\frac{A}{d}$ $\quad\therefore C'=\frac{A}{4\pi k\cdot\frac{d}{2}}=2C$

3. $C'=\frac{2A}{4\pi kd}=2C$ $\quad$ 4. $C'=\frac{2A}{4\pi k\cdot\frac{d}{2}}=4C$

範例 60：

【解答】：1. 電量變為一半，電位不變 2. 電量不變，電位變為 2 倍 3. 均不變

【解析】：



1. 電位不變，$C=\frac{Q}{\cancel{V}}=\frac{\cancel{A}}{\cancel{4\pi k}d}$

2. 電量不變，$C=\frac{\cancel{Q}}{V}=\frac{\cancel{A}}{\cancel{4\pi k}d}$

3. (1)電量 2 倍是因為電位變為 2 倍。電容為材料特性，其值不變。同理，(2)電流 2 倍，電阻不變。(3)電流兩倍，電動勢不變。