

# 第十四章

140210 

## 平面鏡之應用問題 <二>

### 平面鏡移動，造成之像與物的相對運動

**解題思路**



假設物體不動，平面鏡前進  $s$ ，像會前進  $2s$ ；

假設物體不動，平面鏡前進的速率為  $u$ ，像速為  $2u$ 。

[上述結果有點類似光槓桿原理(移動版的光槓桿原理)]

140214 

### 【牛刀小算】

1.  $\theta=90^\circ$ 

$$n = \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4 \quad N' = 4 - 1 = 3$$

2.  $\theta=72^\circ$ 

$$n = \frac{360^\circ}{72^\circ} = 5 \quad N' = 5 - 1 = 4$$

物體在分角線上  $N' = 5 - 1 = 4$

物體不在分角線上  $N' = 5 + 1 - 1 = 5$

3.  $\theta=0^\circ$ 

$$n = \frac{360^\circ}{0^\circ} = \infty$$

【進階思考】：如何證明此公式呢？ 【提示】：對稱！

140223 

## 平面鏡之應用問題 <四>

光在兩平行平面鏡之間的多次反射

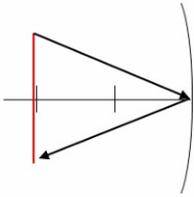
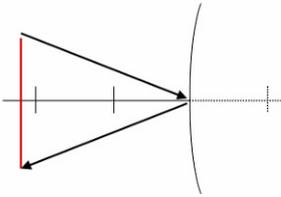
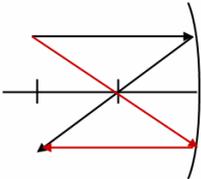
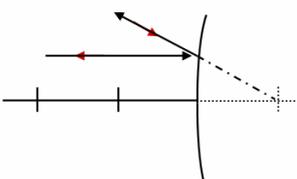
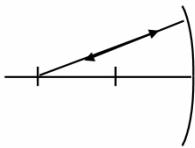
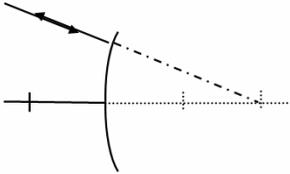
► 掌握住平面鏡成像的基本特性---對稱

【生活經驗】：在兩邊都有鏡子的電梯中，你看到了什麼？

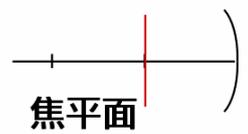
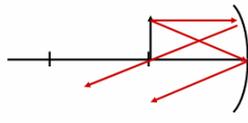
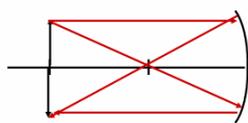
【解題技巧】：想像成折紙！先不要做物的成像，先做平面鏡的成像！

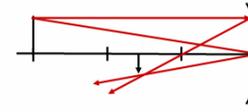
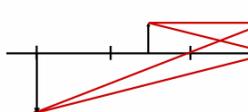
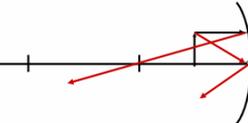
140304 

**球面鏡成像的特殊光線**

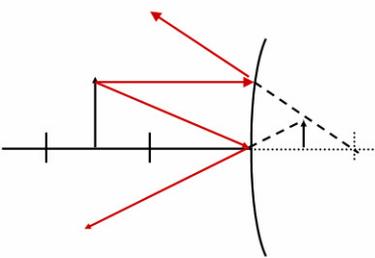
凹面鏡	凸面鏡
<b>特殊光線(一)</b>	
射向鏡頂的光線，入射線與反射線對稱主軸	
	
<b>特殊光線(二)</b>	
平行主軸的入射光線，反射後射向焦點	平行主軸的入射光線，反射後的光線，其反向延長線通過另一側焦點 (即，好像由另一側焦點射出)
	
<b>特殊光線(三)</b>	
通過曲率中心之光線，反射後，沿原路徑返回	
	

140305  **凹面鏡的成像**

物的位置	作 圖	像之特性
物在無窮遠處		一點
物在f上		無窮遠處
物在2f		相等、倒立、實像

物的位置	作 圖	像之特性
物在2f外		縮小、倒立、實像
物在f~2f間		放大、倒立、實像
物在f以內		異側、放大、正立、虛像

140306  **凸面鏡的成像**

物	作 圖	像之特性
1 任意		

# 第十四章 詳解

範例 01 :

【解答】：(1) $R$  (2) $(\frac{2}{\sqrt{3}}-1)R$

【解析】：(1) $h = 2R - R = R$  (2) $h = \frac{2}{\sqrt{3}}R - R = (\frac{2}{\sqrt{3}}-1)R$

範例 02 :

【解答】：(C)

【解析】：月球上沒有大氣層，無空氣分子對光之散射，故天空呈黑色

範例 03 :

【解答】：(B)(C)(D)

【解析】：(A)能量可能有耗損，強度不一定相同。

(B)反射改變的是方向，非頻率。

(C)水平方向動量守恆。

範例 04 :

【解答】： $100^\circ$ 或 $140^\circ$

**解題思路** 平面鏡轉  $10^\circ$ ，並不知道往何處轉，故入射角可能變為  $50^\circ$  或  $70^\circ$ 。

【解析】： $i' = 60^\circ - 10^\circ = 50^\circ$   $r = 50^\circ$

$i' = 60^\circ + 10^\circ = 70^\circ$   $r = 70^\circ$

入射角與反射角之夾角  $120^\circ \pm 20^\circ = 100^\circ$  or  $140^\circ$

範例 05 :

【解答】： $80\pi m/s$

**解題思路** 「光槓桿原理」：入射光不動，平面鏡轉  $\theta$ ，反射光轉  $2\theta$ ；  
可推得，若平面鏡之轉速為  $\omega$ ，反射光的轉速為  $2\omega$ 。

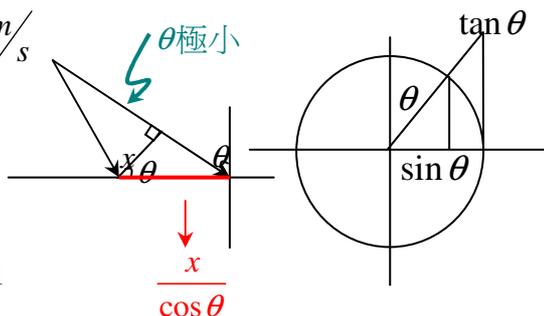
【解析】：因求瞬時速度視為圓周運動

$$V' = R\omega' = R \cdot 2\omega = R \cdot 2 \cdot 2\pi f = 80\pi m/s$$

夾擠定理證  $\sin \theta < \theta < \tan \theta$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$$

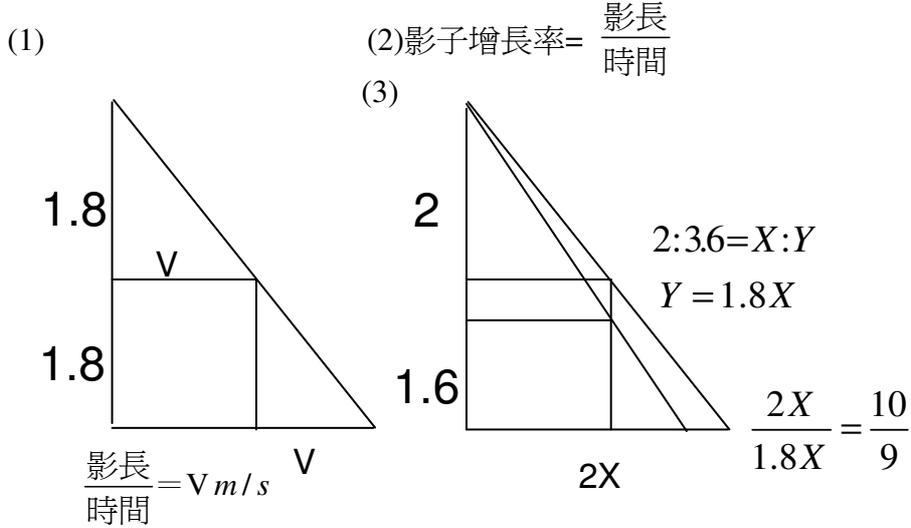
$$1 < \frac{\theta}{\sin \theta} < \frac{1}{\cos \theta} \quad \cos \theta > \frac{\sin \theta}{\theta} > 1$$



範例 06 :

【解答】: (1)  $2v$  (2)  $v$  (3)  $10/9$

【解析】:



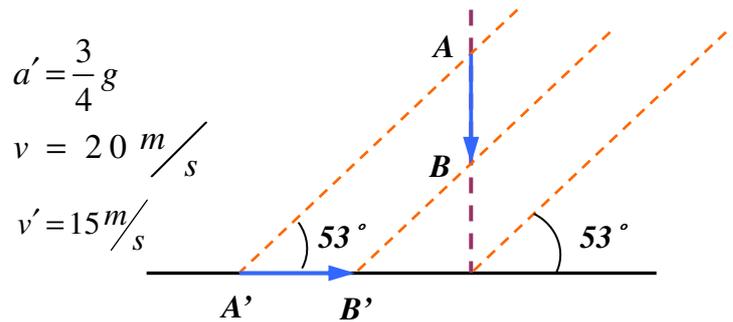
範例 07 :

【解答】: (1)  $7.5 \text{ m/S}^2$  (2)  $15 \text{ m/S}$

【解析】:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{4}{3} = \frac{V}{V'} = \frac{a}{a'}$$

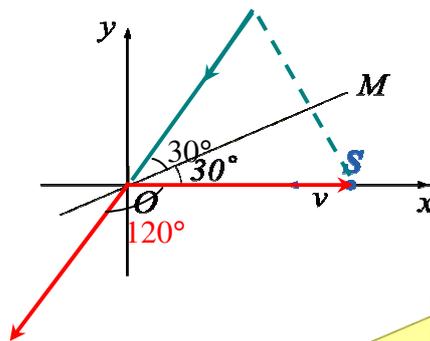
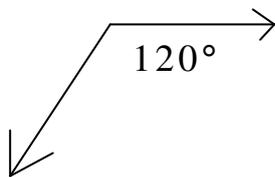
$$\frac{4}{3} = \frac{g}{a'} = \frac{v}{v'}$$



範例 08 :

【解答】:  $120^\circ$

【解析】:



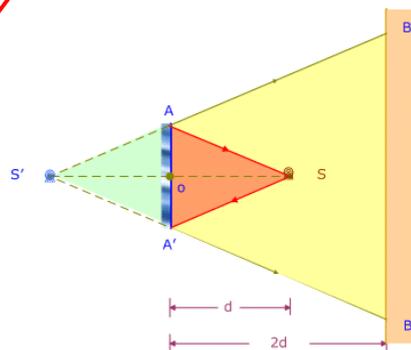
範例 09 :

【解答】:  $900 \text{ cm}^2$

【解析】:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{40}{120}$$

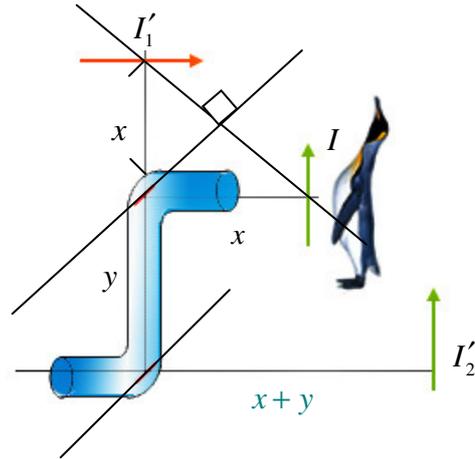
$$100 \times 3^2 = 900 \text{ cm}^2$$



範例 10：

【解答】：正立且左右相同

【解析】：見右圖，正立且左右相同



範例 11：

【解答】：(1)  $\frac{\pi}{3600} m/s$  (2)  $\frac{\pi}{1800} m/s$

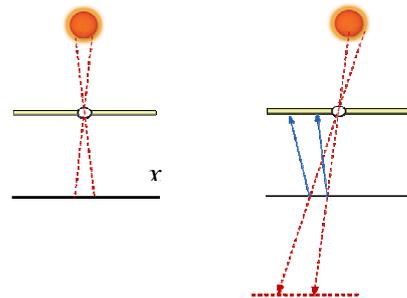
**解題思路** 太陽可視為繞著地球做等速率圓周運動，日光的角速率要怎麼算呢？

一天是 86400 秒，一圈=2π，故角速率=  $\frac{2\pi}{86400}$ 。

【解析】：

$$V = R\omega = 12 \times \frac{2\pi}{86400} = \frac{\pi}{3600} m/s$$

$$V' = \frac{\pi}{3600} \times 2 = \frac{\pi}{1800} m/s$$



範例 12：

【解答】：85

【解析】：平面鏡底端離地面最高距離為人眼與地面距離之半

範例 13：

【解答】：99 cm

【解析】：

$$\text{甲} : 180 - \frac{10}{2} = 175cm \quad \frac{180 - 10}{2} = 85cm$$

$$\text{乙} : 160 - \frac{8}{2} = 156cm \quad \frac{160 - 8}{2} = 76cm$$

【決勝時刻】：取「聯集」還是「交集」？ 取聯集  $175 - 76 = 99cm$

範例 14 :

【解答】: (1)  $2v$  (2)  $2u$  (3)  $2v + 2u$

【解析】: (1)  $\overline{v_{像人}} = \overline{v_{像}} - \overline{v_{人}} = (+v) - (-v) = 2v$

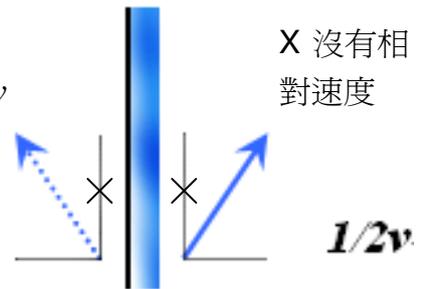
(2)  $\overline{v_{像人}} = \overline{v_{像}} - \overline{v_{人}} = (+2u) - (0) = 2u$

(3)  $2v + 2u$

範例 15 :

【解答】:  $-v$

【解析】:  $\overline{v_{像人}} = \overline{v_{像}} - \overline{v_{人}} = \left(-\frac{1}{2}v\right) - \left(\frac{1}{2}v\right) = -v$

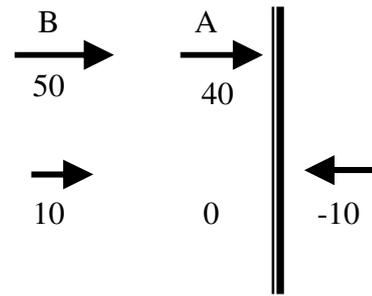


範例 16 :

【解答】:  $-10 \text{ m/s}$

【解析】:

用相對運動:  $30 - 40 = -10 \text{ m/s}$



範例 17 :

【解答】: (B)

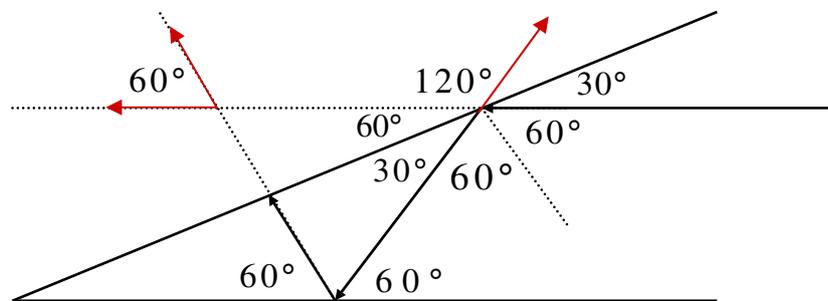
【解析】: 二次反射之像與原物相同

範例 18 :

【解答】: (1)  $60^\circ$  (2)  $120^\circ$

【解析】: (1)  $60^\circ$

(2)  $120^\circ$



【結論】: 夾角為  $\theta$  的兩平面鏡，反射  $n$  次後( $n$  為偶數，且能反射  $n$  次)，光之偏向角為  $\underline{N\theta}$ 。

範例 19：

【解答】：1.  $2\theta$     2.  $4\theta$     3.  $2\pi - 2\theta$

【解析】：1.(略，見講義) 2.四次反射=兩次+兩次 故  $2\theta+2\theta=4\theta$     3.(略，見講義)

範例 20：

【解答】： $90^\circ$

【解析】： $2\theta=180^\circ$

$$\theta=90^\circ$$

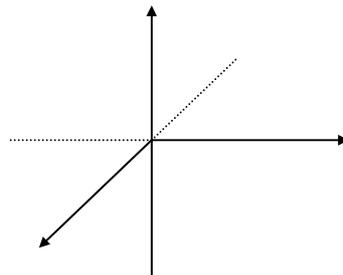
範例 21：

【解答】：7

【解析】：

$$8 - 1 = 7$$

↑  
自己



範例 22：

【解析】：無限

範例 23：

【解答】：2個 p，3個 q，2個一次反射的像，2個二次反射的像，1個三次反射的像

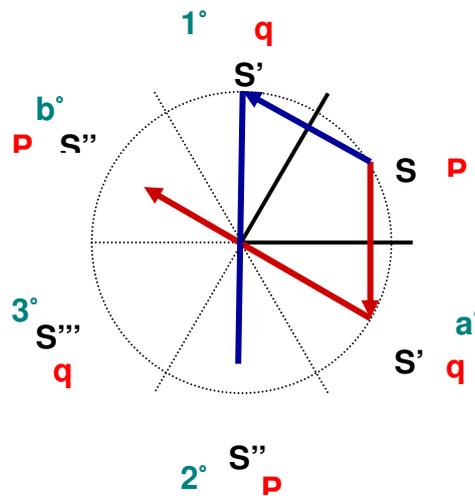
【解析】：

$$\left[ \frac{360^\circ}{30^\circ} \right] = 12$$

$$12 - 1 = 11 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1$$

$$1^\circ \ 2^\circ \ 3^\circ \ 4^\circ \ 5^\circ \ 6^\circ$$

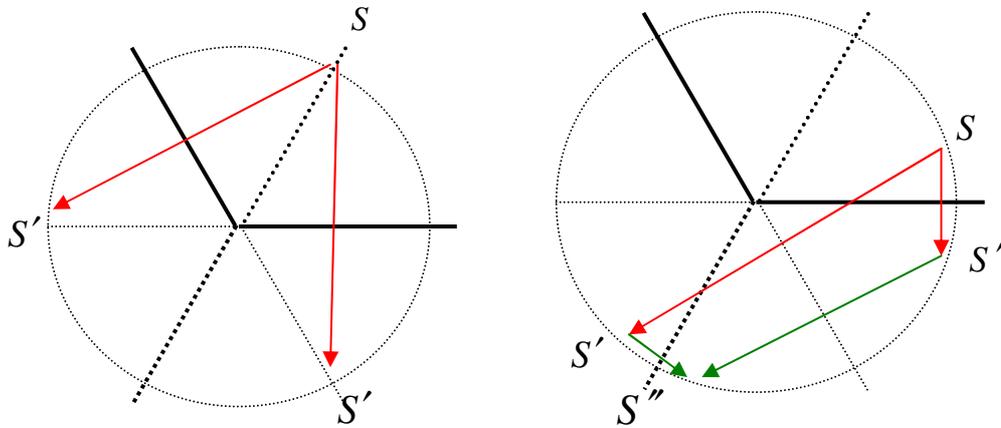
最多 6 次反射



範例 24 :

【解答】: 3 個

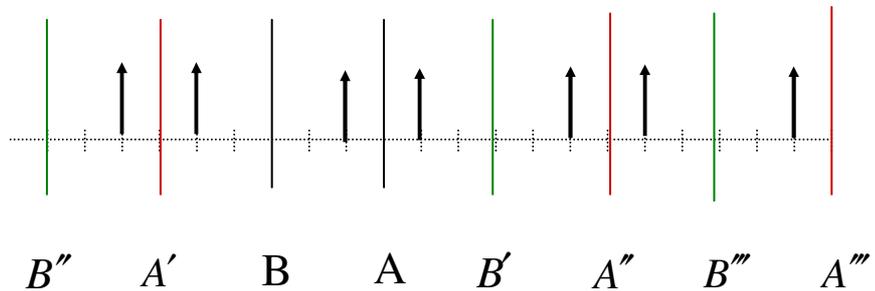
【解析】: 見圖示



範例 25

【解答】: (1)  $19d + s$  (2)  $98d + s$

【解析】:



B 鏡後 1st 像距 B: $d-s$

2nd : $d+s$

3rd : $3d-s$

20th : $19d+s$

A 鏡後 1st: $s$

2nd: $2d-s$

3rd: $2d+s$

99th: $98d+s$

範例 26 :

【解答】: (D)

【解析】: (略)

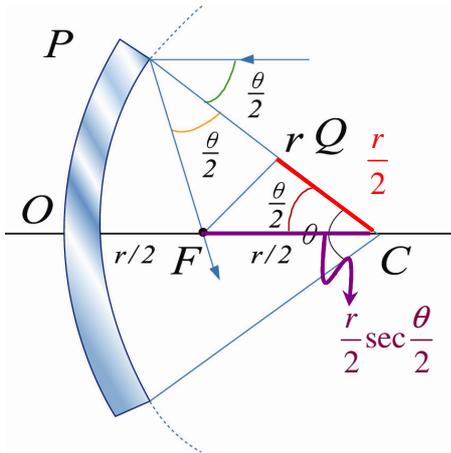
範例 27：

【解答】： $\frac{r}{2} \sec \frac{\theta}{2}$

【解析】：

$$FC \cos \frac{\theta}{2} = \frac{r}{2}$$

$$FC = \frac{\frac{r}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} = \frac{r}{2} \sec \frac{\theta}{2}$$



當  $\theta$  很小時， $FC = r/2$ ， $OC=r$ ， $OF=r/2=f$

範例 28：

【解答】：(A)(C)

解題思路

→ (B)凹面鏡，物在焦點內時，成虛像

【解析】：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} = 0$$

正 負      ↓  
一定虛像

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

正 ± 正

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

正 - 負  
↓  
一定虛像

範例 29：

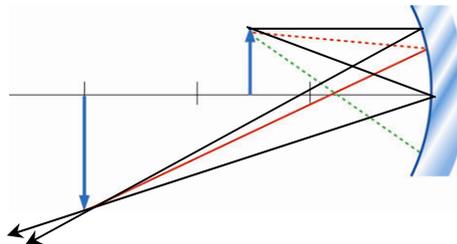
【解答】：(C)

【解析】：當在凹面鏡焦點內成正立虛像，在焦點外成倒立實像

範例 30：

【解答】：(D)

【解析】：(略)



範例 31：

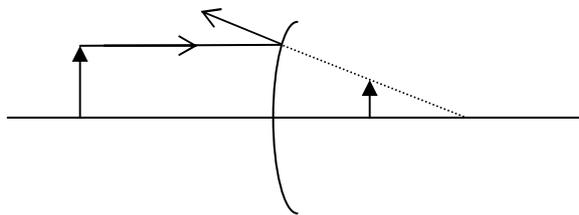
【解答】：40 公分

【解析】：

【解法二】：代入  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ ,  $p = 20; q = -10$  可得  $f=20$ ，曲率半徑是焦距的兩倍，故  $R=2f=40$

※凸面鏡在鏡後成虛像，故  $q$  要代負值，即  $q=-10$

【解法一】：作圖(第二條特殊光線，反射後延長線通過另側焦點)，因  $p=20$ ， $q=-10$ ，其大小成兩倍之關係，像長及物長亦成兩倍，從相似三角形之關係，可知，像在另側焦距的中點。故  $f=20$ ， $R=2f=40$



範例 32：

【解答】：24cm

【解析】：

$$\begin{cases} \frac{1}{P} + \frac{1}{-12} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{P} + \frac{1}{-4} = \frac{1}{-f} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f = 12 \\ r = 24 \end{cases}$$

範例 33：

【解答】：1. 25 或 15cm 2. 不存在 3. 60

【解析】：

$$1. \text{ 25 或 15cm} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{4p} = \frac{1}{20} \quad p=25\text{cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-4p} = \frac{1}{20} \quad p=15\text{cm}$$

2. 不合理

$$3. \text{ 60} \quad M = \frac{q}{p} = -\frac{1}{4} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{-\frac{1}{4}p} = -\frac{1}{20} \quad p = 60\text{cm}$$

【另解】：

$$1' \quad M = \frac{q}{P} = \frac{4}{1} \text{ 或 } M = \frac{q}{p} = -4$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{4P} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{5}{4p} = \frac{1}{20} \therefore p = 25\text{cm} < 40$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{p} + \frac{1}{-4p} = \frac{1}{20} \therefore p = 15 < 20$$

$$2' \quad M = \frac{q}{p} = 4 \text{ 或 } M = \frac{q}{p} = -4$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{p} + \frac{1}{4p} = \frac{1}{-20} \therefore p = -25 \text{ (不合)}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{p} + \frac{1}{-4p} = \frac{1}{-20} \therefore p = -15 \text{ (不合)}$$

“凸”面鏡只會有縮小，正立虛像不會有放大的像，故不合

3' 沒有在鏡前

$$M = \frac{q}{p} = \frac{1}{4} \text{ 或 } M = \frac{q}{p} = \frac{1}{-4}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{\frac{1}{-4}p} = \frac{1}{-20} \therefore p = 60 \text{ cm}$$

範例 34 :

【解答】:  $4\pi \text{ cm}^2$

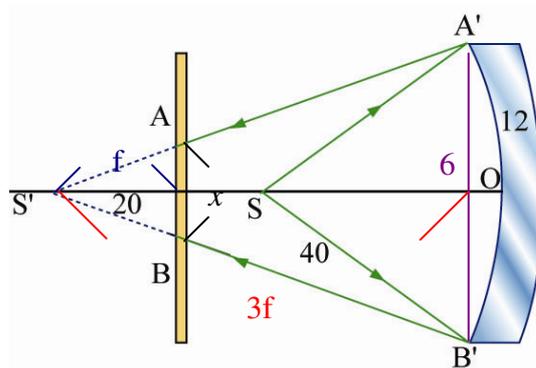
【解析】:

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{q} = \frac{1}{20}$$

$$q = 60 \text{ cm}$$

$$R = \frac{20}{60} \cdot 6 = 2$$

$$A = \pi R^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$$



範例 35 :

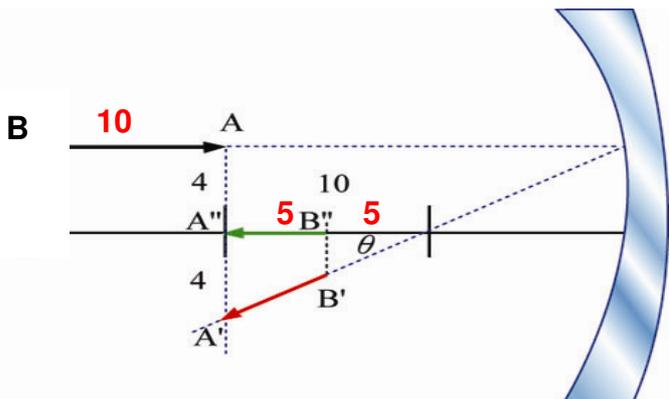
【解答】: (1)  $2/5$  (2)  $5 \text{ cm}$  (3)  $\sqrt{29}$

【解析】:

$$1. \tan \theta = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$2. A''B'' = 5 \text{ cm}$$

$$3. A'B' = \frac{\sqrt{10^2 + 4^2}}{2}$$



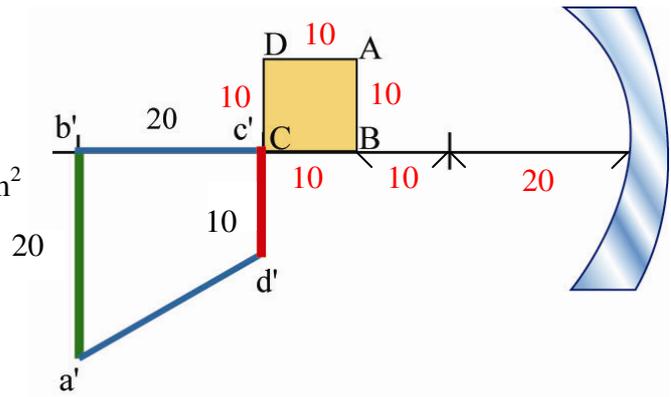
範例 36：

【解答】：300cm<sup>2</sup>

【解析】：P:1.5f      q:3f

P:2f      q:2f

梯形面積=20(20+10)/2=300cm<sup>2</sup>



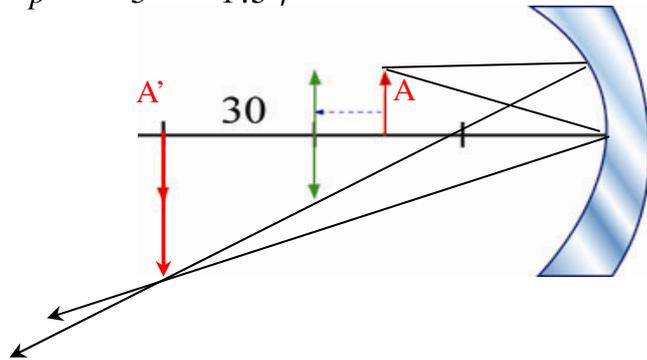
範例 37：

【解答】：(1) 6 cm/S (2) 12 cm/S

【解析】：

$$(1) \vec{V} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{30}{5} = 6 \text{ cm/s}$$

$$(2) \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{V_q}{V_p} = -\left(\frac{q}{p}\right)^2 \quad \frac{V_q}{3} = \left(\frac{3f}{1.5f}\right)^2 \Rightarrow V_q = 12 \text{ cm/S}$$

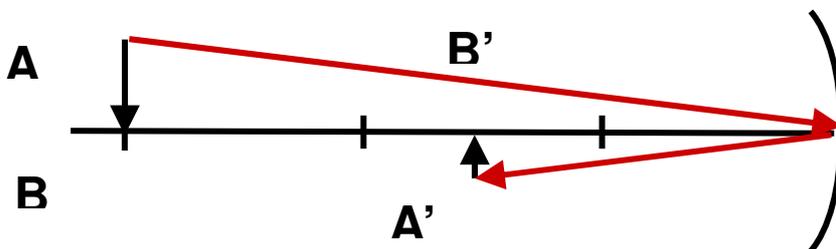


範例 38：

【解答】：(1)  $\frac{1}{2}g$  (2)  $-\frac{v}{4}$

【解析】：

1.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{3f}{1.5f} = 2 = \frac{v}{v'} = \frac{a}{a'} \quad a' = \frac{1}{2}g$$

$$2. \frac{p}{q} = 2 \Rightarrow v' = -\frac{1^2}{2^2} \cdot v = -\frac{v}{4}$$

範例 39 :

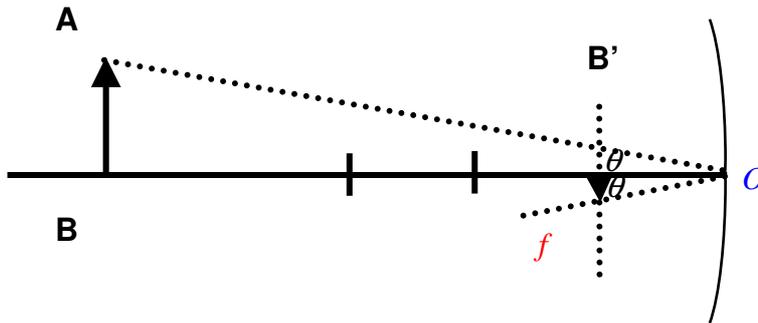
【解答】：(1) 1.8cm (2) 2 cm (3)  $f \cdot \theta$

【解析】：

$$1. \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \approx \frac{f}{p} \Rightarrow \frac{A'B'}{3.5 \times 10^6} = \frac{2}{3.8 \times 10^8} \quad A'B' = 1.8 \text{cm}$$

$$2. \frac{A'B'}{1.5 \times 10^9} = \frac{2}{1.5 \times 10^{11}} \quad A'B' = 2 \text{cm}$$

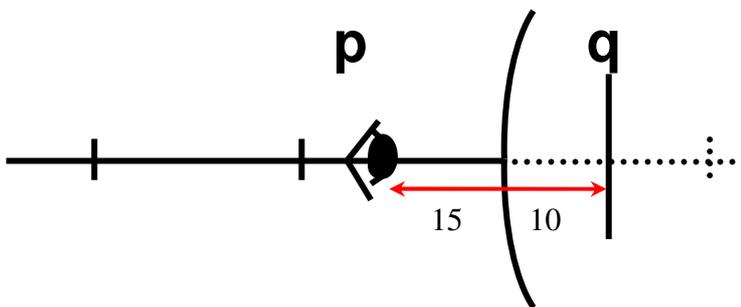
$$3. A'B' \approx f * \tan \theta \approx f * \theta$$



範例 40 :

【解答】： 15cm

【解析】：

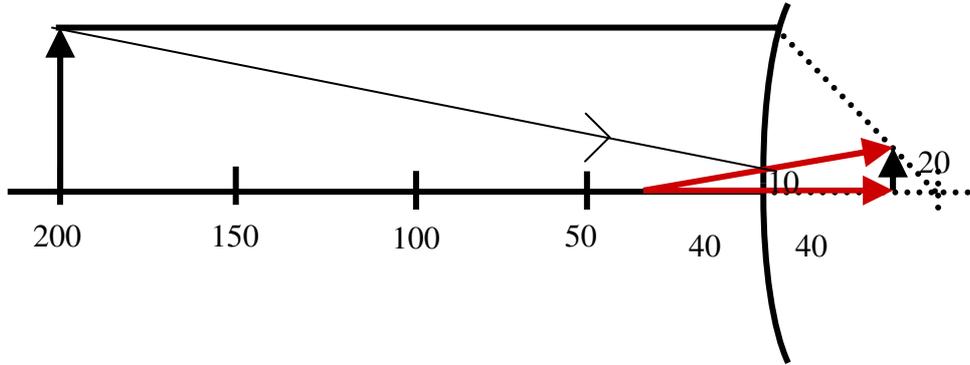


$$\begin{cases} p - q = 25 \\ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-30} \end{cases} \quad \begin{cases} p = 15 \\ q = -10 \end{cases}$$

範例 41 :

【解答】: 10 cm

【解析】:



$$\frac{1}{200} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-50} \Rightarrow q = -40$$

$$M = \frac{q}{p} = \frac{-1}{5}$$

$$100 \times \frac{1}{5} = 20$$

$$r = \frac{40}{40 + 40} \cdot 20 = 10$$

範例 42 :

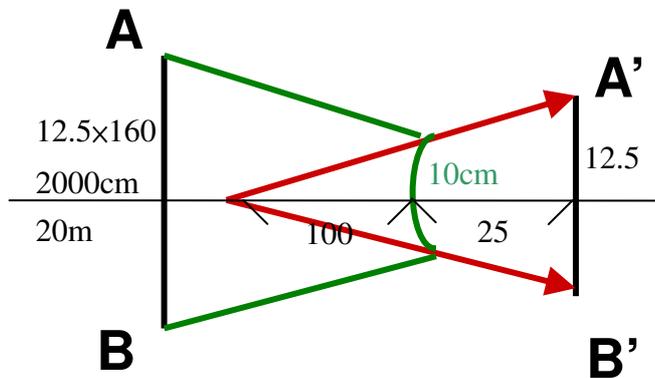
【解答】: 10 m/S

【解析】:  $f = 25\text{cm}$

$$\frac{1}{4000} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{25} \quad q = -25$$

$$M = \frac{q}{p} = \frac{-25}{4000} = -\frac{1}{160}$$

$$\frac{20}{2} = 10\text{m/S}$$



範例 43 :

【解答】：(A)(B)(C)(D)

【解析】：

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10} \quad M = \frac{q}{p} = 2 \quad q = 30\text{cm}$$

$$(B) R' = 2R = 2 \times 2 = 4$$

$$(C) T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\pi}{5}$$

$$(D) V' = 2V = 40\text{cm} / \text{s}$$

(E) 倒立實像=>方向相反

