第十一章

P.2

腦力激盪：爲何理想氣體的運動路徑爲直線？因爲，分子間__無__作用力，物體不受力，就會作等速度運動。

(88推甄)有一容量爲V的密閉鋼製容器，其中盛有質量爲M的某種氣體。如將容器中的氣體抽掉一半，使氣體質量降爲M/2，則密閉容器中剩下的氣體體積最後會是多大? (A) 比V/2小　(B) V/2　(C) 比V/2大，但比V小　(D) V　(E) 2V　【D】

P.3

你知道哪些氣體會遵守PV=nRT嗎？_理想氣體_

真實氣體在_低_溫_低_壓下，趨近於理想氣體的行爲

P.5

腦力激盪：0.08214 與 8.314　，若只看數字大小，怎麼有點像呢？

主要差在 1 atm = 1.013×10^5 N/m^{2}的數字換算

P.6

平均能量	$E = n\times\frac{3}{2}RT$	$E = N\times\frac{3}{2}kT$
方均根速率	$v=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$	$v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

P.11

攝氏溫標公式	$\frac{V}{V_o}=\frac{273+t}{273}\Rightarrow V=V_o(1+\frac{1}{273}t)$ ※從此式可知： 理想氣體的體膨脹係數=$\frac{1}{273}$	$\frac{P}{P_o}=\frac{273+t}{273}\Rightarrow P=P_o(1+\frac{1}{273}t)$

P.16

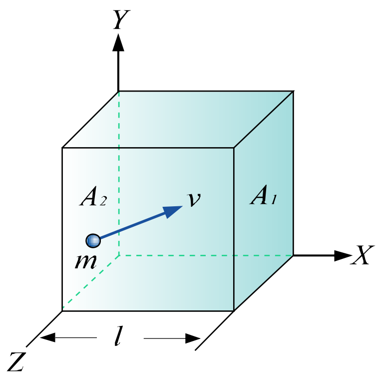
動量守恆與碰撞

- 水平(x)方向的動量變化：$m(2v_x)$
- 鉛直(y)方向的動量變化：0
- 鉛直(z)方向的動量變化：0

P.17

110203 **氣體分子運動論的推導：**

- 最終目的是要推導出：壓力 P
- Get Ready！



$$P=\frac{F}{A}=\frac{\Delta P}{A\Delta t}=\frac{m\Delta v}{A\Delta t}$$

$$P=\frac{(Nm)(2v_x)}{(\ell^2)(\frac{2\ell}{v_x})}=\frac{Nmv_x^{\ 2}}{\ell^3}=\frac{Nmv_x^{\ 2}}{V}$$

$$v^2=v_x^2+v_y^2+v_z^2=3v_x^2$$

$$P=\frac{Nmv_x^{\ 2}}{V}=\frac{Nmv^{\ 2}}{3V}$$

進階思考： 2.在$\Delta t=\frac{2\ell}{v_x}$的時間內，每個分子會撞擊器壁__1__次。

【重要結論<一>】：	【重要結論<二>】：
$PV=\frac{Nmv^{\ 2}}{3}=\frac{2}{3}N\frac{1}{2}mv^2=\frac{2}{3}NE_k$ $E=NE_k=\frac{3}{2}PV$	$PV=\frac{Nmv^{\ 2}}{3}=NkT$ $E_k=\frac{1}{2}mv^{\ 2}=\frac{3}{2}kT$

110204 **理想氣體的平均能量公式：**

1.平均一個分子：$E=\frac{3}{2}kT$

2.平均一莫耳分子：$E=\frac{3}{2}RT$

3.巨觀量：$E=n\times\frac{3}{2}RT=N\times\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}PV$

P.20

110207 平均速度：

➤ 速度是__向__量，靜止容器內氣體分子的平均速度=__0__。

【舉一反三】：平均位移=__0__；平均動量=__0__。

110208 方均根速率(root-mean-square speed，$v_{r.m.s.}$)的定義

(root：根部、開根號；mean：意義、平均；square：正方形、平方、廣場)

$$v_{rms}=\sqrt{\frac{\sum v^2}{N}}$$

110209 方均根速率的推導

【化學基本背景公式】：

$$\mathrm{PV=nRT\rightarrow PV=\frac{W}{M}RT\ \rightarrow PVM=WRT\ \rightarrow PM=\frac{W}{V}RT\rightarrow PM=DRT}$$

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT$$

$$v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

【總動量】：

物理量	性質	結果
動量	__向__量	靜止容器內，氣體的(總)動量= 0

P.27

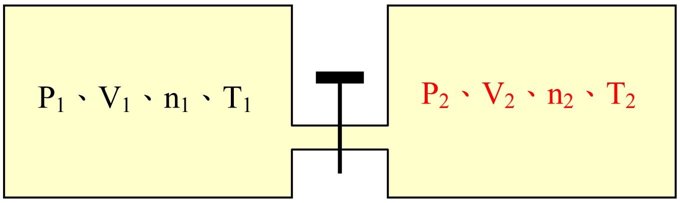
110301 理想氣體的平均能量公式：總整理

1.平均一個分子：$E=\frac{3}{2}kT$

2.平均一莫耳分子：$E=\frac{3}{2}RT$

3.巨觀量：$E=n\times\frac{3}{2}RT=N\times\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}PV$

110302 理想氣體的混合



$V= V_1 +V_2$

$n= n_1 +n_2$

兩大基本原則：

(1)能量守恆

(2)分子不滅

(1)能量守恆

a.　$P_1V_1+P_2V_2=P(V_1+V_2)$

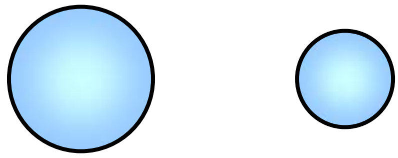
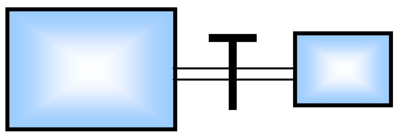
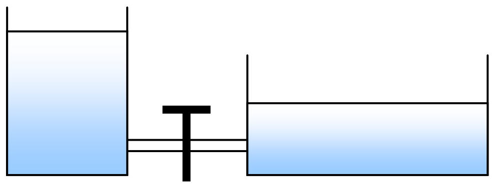
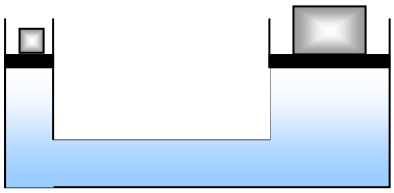
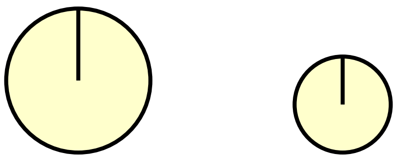
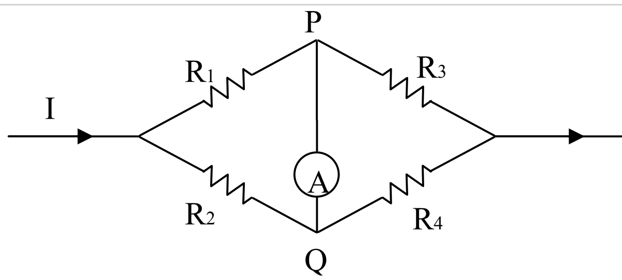
b.　$n_1\times\frac{3}{2}RT_1+n_2\times\frac{3}{2}RT_2=(n_1+n_2)\times\frac{3}{2}RT$

(2)分子不滅

$$\frac{P_1V_1}{T_1}+\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{PV}{T}$$

P.32

110312 **平衡問題：(平衡時，___平均___能量相同)**

種類	圖示	平衡狀態
1	 m_1、s_1、T_1　　m_2、s_2、T_2	【第十章】： 兩溫度不同物體接觸，平衡後→___T___相等
2	 P_1、V_1　　P_2、V_2	【第十一章】： 兩裝有氣體的容器，平衡後→___P___相等
3	 M_1、h_1　　M_2、h_2	【第九章】： 兩裝有液體的容器，連通平衡後→___h___相等
4	 W_1、A_1　　W_2、A_2	【第九章】： 【液壓機】 兩邊平衡時→____P__相等
5	 R_1、Q_1、V_1　　R_2、Q_2、V_2	【靜電學】： 兩帶電球體接觸，平衡後→____V__相等
6		【電流】： 【惠司同電橋】 電流計讀數=0 →___V___相等

第十一章　詳解

範例 01：

【解答】(C)(E)(H)(L)(M)

【解析】(略，見講義)

範例 02：

【解答】(E)

【解析】(略，見講義)

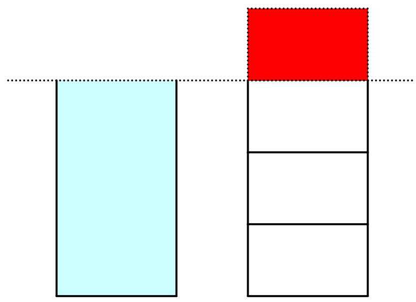
範例 03：

【解答】$\frac{1}{4}$

【解析】

解題思路

溫度由 300K 變為 400K 變為 4/3 倍體積 4/3 倍，但溢出的部份如下圖，應是全部的 1/4 不是 1/3



$$\frac{\frac{4}{3}v-v}{\frac{4}{3}v}=\frac{\frac{1}{3}v}{\frac{4}{3}v}=\frac{1}{4}$$

另解： PV = nRT (P、V 固定),

$$T\to\frac{4}{3}T\Rightarrow n\to\frac{3}{4}n,\quad \therefore n-\frac{3}{4}n=\frac{1}{4}n$$

範例 04：

【解答】(C)

【解析】

分析題意，整理出四大物理量：

初狀態的(壓力、體積、莫耳數、溫度)分別為(P、0.45、3、300)

末狀態的(壓力、體積、莫耳數、溫度)分別為(P、V、4、250)

分別代入理想氣體方程式 $\begin{cases}P\cdot 0.45=3\cdot R\cdot 300\\ P\cdot V=4\cdot R\cdot 250\end{cases}$ 兩式相除可得 V=0.5

$P\times 0.45=3\times R\times 300$ —①

$P\times V=4\times R\times 250$ —②

由①、②得：$V=0.5m^3$

另解： PV = nRT (P、R 固定)

$$0.45\times\frac{4}{3}\times\frac{250}{300}=0.5m^3$$

範例 05：

【解答】(A)

【解析】

(1) $PV = nRT \Rightarrow P\times 5.6=\frac{1}{2}\times 0.082\times(27+273)\Rightarrow P = 2.2$ (atm)

(2)湖水之壓力 $P' = P -$ 大氣壓力 $= 2.2 - 1 = 1.2$ (atm)

(3)水深每增加 10 米，壓力約增加 1atm

⇒湖之深度≒$10\times 1.2 = 12$（米）

$1mol\quad 1atm\quad 0°C\quad 22.4L$

$1mol\quad 1atm\quad 27°C\quad 24.6L$

$0.5mol\quad 2atm\quad 27°C\quad 5.6\times10^3 cm^3 = 5.6L$

$0.5mol\quad 1atm\quad 27°C\quad 12.3L$

範例 06：

【解答】(B)

【解析】代入 PVM=WRT

M=28.8

但要注意 P 的單位！ $1atm = 1.013\times10^5 N/m^2$

1mol	1atm	27°C	24.6 L	28.8g
?	1atm	27°C	120×10^3 L	140kg

$$W = M\cdot\frac{V'}{V}=28.8\times10^{-3}\cdot\frac{120\times10^3}{24.6}\approx 140kg$$

範例 07：

【解答】(A)(B)(D)(E)

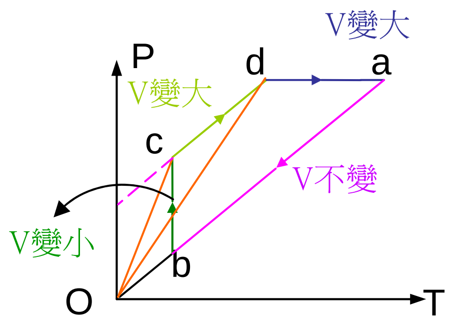
【解析】

由 PV＝nRT，定量氣體⇒ $V\propto\frac{T}{P}$

(A)a→b 之過程中 $P\propto T$，故 V 爲定值

(B)b→c 之過程中 T 一定⇒ $V\propto\frac{1}{P}$

(C)過 c 點定容下之 PT 圖應爲右圖



虛線部分，故 c→d 過程中

體積非定值，與虛線部分

比較可知 T↗⇒V↗

(D)d→a 之過程中，P 一定⇒$V \propto T$

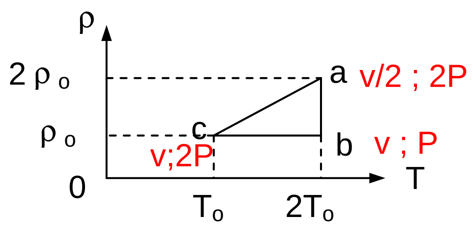
(E)體積變小之部分爲 b→c 之過程

範例 08：

【解答】(A)(C)(D)

【解析】

(A)$\rho = \dfrac{Nm}{V}$（N：分子數，m：分子質量）



∵Nm、ρ 相同　∴V 相同

(B)∵Nm 一定　∴$\rho \propto \dfrac{1}{V}$

$\Rightarrow \dfrac{V_a}{V_b} = \dfrac{\rho_b}{\rho_a} = \dfrac{\rho_0}{2\rho_0} = \dfrac{1}{2}$

(C)∴ PV = NkT

$\therefore PV = \dfrac{Nm}{m}kT \Rightarrow Pm = \rho kT$

∵m、T 一定

$\therefore P \propto \rho \Rightarrow \dfrac{P_a}{P_b} = \dfrac{\rho_a}{\rho_b} = \dfrac{2}{1}$

(D)∵ m 、ρ 一定

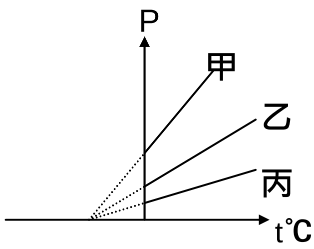
$\therefore P \propto T \Rightarrow \dfrac{P_b}{P_c} = \dfrac{T_b}{T_c} = \dfrac{2T_0}{T_0} = \dfrac{2}{1}$

(E)$E_k = \dfrac{3}{2}kT \propto T$　故$\dfrac{E_{ka}}{E_{kc}} = \dfrac{T_a}{T_c} = \dfrac{2}{1}$

範例 09：

【解答】(1)-273.5˚C (2) $n_{甲} > n_{乙} > n_{丙}$

【解析】



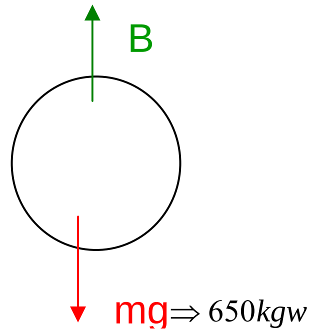
(1)−273℃

(2)$P = \dfrac{n}{V}RT \Rightarrow n_{甲} > n_{乙} > n_{丙}$

範例 10：

【解答】(1)$M_0(1-\frac{T_0}{T_1})$ (2)650 公斤；650 公斤重 (3)150 公斤；82℃

【解析】



(1) $PV = NkT$，P、V 一定$\Rightarrow N \propto M \propto \frac{1}{T}$

$\therefore \frac{M_1}{M_0} = \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow M_1 = \frac{T_0}{T_1} M_0$

逸出之質量 $\Delta M = M_0 - M_1 = M_0 - \frac{T_0}{T_1} M_0 = M_0(1-\frac{T_0}{T_1})$

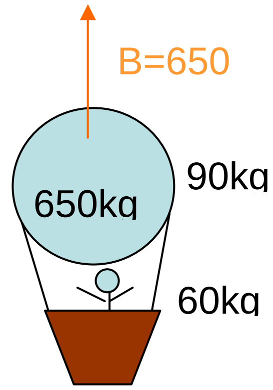
(2)球內空氣質量 $M = DV = 1.3 \times 500 = 650$（公斤）

球外空氣所形成之浮力 $B = Vd = 500 \times 1.3 = 650$（公斤重）

(3)氣球總負重 $W = 90 + 650 + 60 = 800$（公斤重）

$\Rightarrow$應逐出空氣 $\Delta W = W - B = 800 - 650 = 150$（公斤重）

由(1) $\Delta M = M_0(1-\frac{T_0}{T_1}) \Rightarrow 150 = 650\ (1-\frac{273}{273+t}) \Rightarrow t \fallingdotseq 82$℃



範例 11：

【解答】(1) 10.13 cm (2) (C)

【解析】

1. $P \propto T \Rightarrow \frac{P_0}{P_0 + \rho g L} = \frac{273+27}{273+67}$

$if\ \ P_0 = 76cmHg \Rightarrow \frac{76}{76+h} = \frac{273+27}{273+67} \Rightarrow h \doteq 10.13cm$

2. $P \propto T$，$\Delta P \propto T \Rightarrow \frac{7.5}{h} = \frac{57-27}{97-27}$ $\quad h = 7.5 \times \frac{7}{3} = 17.5cm$

範例 12：

【解答】(A)(B)(D)(E)

範例 13：

【解答】(E)

【解析】

0℃至 100℃的體積膨脹量不能超出毛細管的體積

$\Delta V = V_0 \gamma\ t$ $\quad 0.1\times120=V_0\times\gamma\times100$ 其中，理想氣體的 $\gamma=\frac{1}{273}$

可算出 $V_0=32.74$ c.c. 故容器體積須<32.74 c.c.

另解：

$PV = nRT$ (P,n 固定)$V \propto T$　　$\frac{4}{3}V \leftrightarrow \frac{4}{3}T$

$0°C \to 100°C$

$273k \to 373k$

$300k \to 400k$

範例 14：

【解答】1.(C)　2.(C)

【解析】

1. $\frac{3840}{10.33}+1 \cong 373$　　2. $P_1V_1 = P_2V_2$

範例 15：

【解答】(B)

【解析】

$P_1V_1=P_2V_2 \rightarrow 0.1\times(1.0\times10^7)=V\times(1.2\times10^5)$

換算出在壓力為 1.2×10^5 牛頓/米 ^{2} 的總體積為 V=8.33

可吹出 $(8.33-0.1)\div(1.0\times10^{-2}) \doteqdot 823$

[氦氣筒不會全空，故要減去氦氣筒的體積]

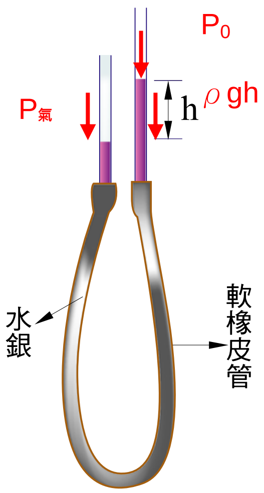
範例 16：

【解答】1. 如圖　2. P_0

【解析】

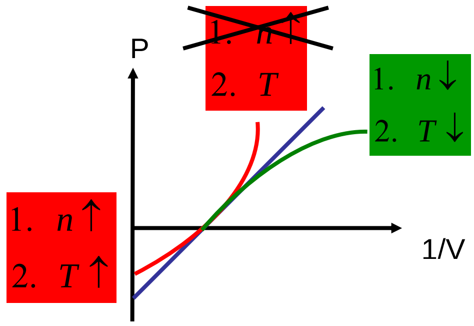
P_0未知，可正亦可負

$P_{氣} = P_0 + \rho gh$



$$P_{氣}V = nRT \Rightarrow (P_0 + P_{計})V = nRT$$

$$P_{計} = nRT\frac{1}{V} - P_0$$



範例 17：

【解析】

(1)開管與閉管以橡皮軟管相接如右圖。

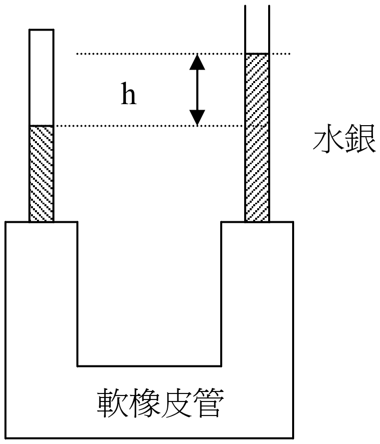
(2)直接量出者爲氣體之計示壓力。

即閉管與開管水銀液面之高度差

若開管液面較高 $\Rightarrow \mathrm{h} = \mathrm{P} - \mathrm{P_a}$

開管液面較低 $\Rightarrow \mathrm{h} = \mathrm{P_a} - \mathrm{P}$

$\begin{cases} \mathrm{P}:氣體壓力 \\ \mathrm{P_a}:大氣壓力 \end{cases}$



範例 18：

【解答】P 爲大氣壓力 P_o 與水銀柱壓力 h 之和 ， 故應爲$(P_o+h)V$=常數

【解析】

閉管內氣體之壓力P爲外面大氣壓P_a (cmHg)與水銀柱壓力h之和，則

$\mathrm{P} = \mathrm{P_a} + \mathrm{h}$

波以耳定律爲 $\mathrm{PV} = (\mathrm{P_a} + \mathrm{h})\mathrm{V} =$ 定値

主要錯誤爲 $\mathrm{P} = \mathrm{P_a} + \mathrm{h}$ ，而非 $\mathrm{P} = \mathrm{h}$

範例 19：

【解答】(E)

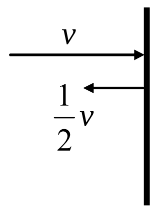
【解析】

(E)此實驗無絕熱！外界：熱庫

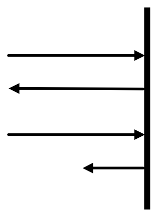
範例 20：

【解析】

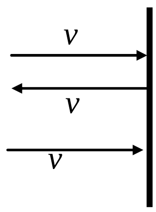
(1)



(2)



(3)



$\Delta P_1 = m\cdot\frac{3}{2}v$

$\frac{P_1}{P} = \frac{\Delta P_1}{\Delta P} = \frac{\frac{3}{2}mv}{2mv} = \frac{3}{4}$

壓力 動量

$\Delta P_2 = (\frac{m}{2})(2v) + (\frac{m}{2})(\frac{3}{2}v)$

$= \frac{7}{4}mv$

$\frac{P_2}{P} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P} = \frac{\frac{7}{7}mv}{2mv} = \frac{7}{8}mv$

$\Delta P_3 = (\frac{m}{2})(2v) + (\frac{m}{2})v = \frac{3}{2}m$

$\frac{P_3}{P} = \frac{3}{4}$

範例 21：

【解答】(1) $\frac{1}{2}$ (2)

【解析】

解題觀念：$PV = nRT$，$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$，$V = \frac{4}{3}\pi R^3$，$A = 4\pi R^2$

(1) $\frac{N}{A\cdot\Delta t} \propto \frac{P}{v} \propto \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$ (2) $\frac{N}{\Delta t} \propto \frac{PA}{v} \propto \frac{\frac{1}{2}\times(\sqrt[3]{2})^2}{1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

(3) $\frac{N}{A\cdot\Delta t} \propto \frac{P}{v} \propto \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(4) 體積 V 不變，因此面積 A 也不變：$\frac{N}{\Delta t} \propto \frac{PA}{v} \propto \frac{\frac{1}{2}\times 1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

範例 22：

【解答】(C)

【解析】

$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow 0.2 = \sqrt{\frac{3\times 8.32\times T}{23\times 10^{-3}}}$ 解得 $T \cong 3.7\times 10^{-5}$ K

範例 23：

【解答】(B)

【解析】

$$\frac{v_{H_2}}{v_{O_2}}=\sqrt{\frac{300\times32}{1200\times2}}=\frac{2}{1}=\frac{2000m/s}{1000\ m/s}$$

範例 24：

【解答】7.4×10^{-4} s

【解析】

$$t=\frac{\ell}{v}=\frac{1m}{\sqrt{\frac{3RT}{M}}}=\sqrt{\frac{M}{3RT}}=\sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{3\times8.3\times300}}=\frac{2\times10^{-1}}{3\times10\times9}=\frac{2}{27}\times10^{-2}=7.4\times10^{-4}s$$

範例 25：

【解答】15%

【解析】

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT\Rightarrow v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}\propto\sqrt{T}$$

$$\Rightarrow\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{273+16}}{\sqrt{273+127}}=0.85$$ 故降低 15%

範例 26：

【解答】(A)

【解析】

$$\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{349}{352}}$$

範例 27：

【解答】(E)

【解析】

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT\Rightarrow v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$$，v 一定 $\Rightarrow T\propto m\propto M$

$$\therefore\frac{T_A}{T_B}=\frac{M_{氧}}{M_{氮}}>1\Rightarrow T_A>T_B$$

範例 28：

【解答】(1) 7.5×10^{-5} J (2) 8650m (3) 10^{-5} kg/m^3

【解析】

$$(1)\ E_k=\frac{3}{2}RT=\frac{3}{2}\times8.3\times6000=74700$$

$$(2)\ v=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3\times8.3\times6000}{2\times10^{-3}}}\fallingdotseq8650$$

$$(3)\ v=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}\quad\therefore\frac{3P}{v^2}=\frac{3\times2.5\times10^{-3}\times1.013\times10^{5}}{(8650)^2}\fallingdotseq10^{-5}\ \text{kg/m}^3$$

範例 29：

【解答】2.88×10^4 N/m^2

【解析】

$$v=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}\qquad P=\frac{1}{3}\rho v^2=\frac{1}{3}\times(6\times10^{-5}\times10^3kg/m^3)\times1200^2=2.88\times10^4(\frac{N}{m^2})$$

範例 30：

【解答】(A)

【解析】(略，見講義)

範例 31：

【解答】(B)

【解析】

因地面空氣分子之脫離能 $E_e=\dfrac{GMm}{R}=mgR$

空氣分子欲逃離地球表面時須 $E_k=E_e$，即 $\dfrac{3}{2}kT=mgR$

$$\Rightarrow T=\frac{2mgR}{3k}=\frac{2\times5\times10^{-25}\times9.8\times6.4\times10^{6}}{3\times1.38\times10^{-23}}\fallingdotseq1.5\times10^{5}(K)$$

範例 32：

【解答】(A)(B)(C)(E)

【解析】

(A)密度＝總質量／體積＝Nm/V

$$(B)\ E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT\Rightarrow v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3}{m}\cdot\frac{PV}{N}}=\sqrt{\frac{3P}{D}}$$

(C) $E = N \cdot \frac{1}{2}mv^2 = N \cdot \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}PV$

(D)(E)容器靜止 $\Rightarrow$ 質心速度 $=0 \Rightarrow$ 質心動量 $=0 \Rightarrow$ 分子的總動量 $=0$

範例 33：

【解答】(A)(C)(D)(E)

【解析】

(A)密度 $D = \frac{M}{V} \propto \frac{1}{V} \quad \therefore \frac{D'}{D} = \frac{V}{V'} = \frac{1}{2}$

(D) $PV = nRT$，P、n 一定 $\Rightarrow T \propto V$

$\therefore \frac{T'}{T} = \frac{V'}{V} = \frac{2}{1}$　（T：絕對溫度）

(B) $v_{r.m.s} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \propto \sqrt{T} \quad \therefore \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{T'}}{\sqrt{T}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

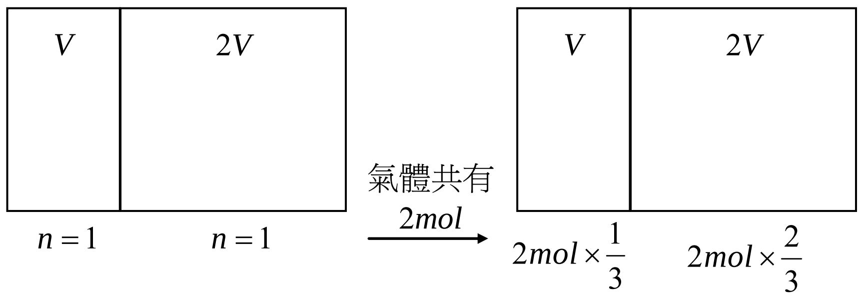
(C)氣體總動量皆為 0

(E) $E_k = \frac{3}{2}kT \propto T \Rightarrow \frac{E_k'}{E_k} = \frac{T'}{T} = \frac{2}{1}$

範例 34：

【解答】(B)

【解析】



範例 35：

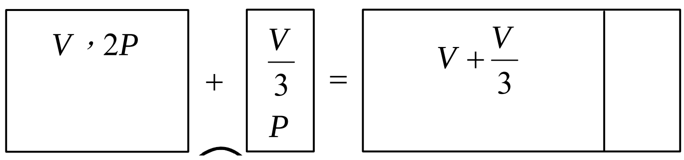
【解答】(1) 7/4　(2) 7/3

【解析】

(1)連通平衡

$$\frac{3}{2}(2P)V + \frac{3}{2}(P)(\frac{V}{3}) = \frac{3}{2}P'(V + \frac{V}{3})$$

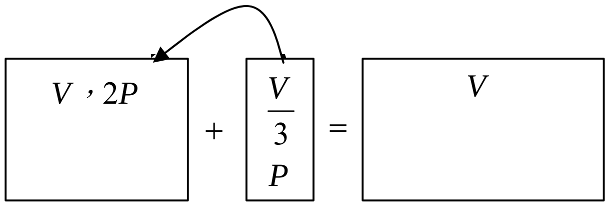
$$\frac{7}{3}PV = P'\frac{4}{3}V \quad \therefore P' = \frac{7}{4}P$$



(2)將乙容器氣體加入甲容器

$$2PV+P\frac{V}{3}=P''\cdot V$$

$$P''=\frac{7}{3}P$$



範例 36：

【解答】1. 40℃　2. 40℃　3. 34 ℃

【解析】

1. $1\times\frac{3}{2}R(273+60)+2\times\frac{3}{2}R(273+30)=(1+2)\frac{3}{2}R(273+t)$

＜另＞吸＝放⇒ $2\times\frac{3}{2}R(t-30)=1\times\frac{3}{2}R(60-t)$

＜公式＞ $T=\frac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}=\frac{1\times60+2\times30}{1+2}=40℃$

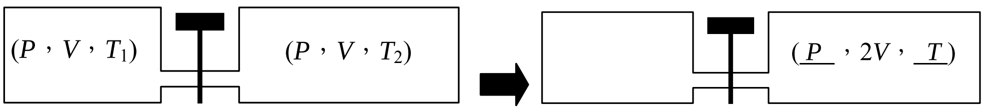
2. $T=\frac{m_1T_1+m_2T_2}{m_1+m_2}=\frac{1\times60+2\times30}{1+2}=40℃$

3.吸＝放⇒ $2\times\frac{3}{2}R(t-30)=1\times1\times(60-t)\times4.2$　T≒34 ℃

範例 37：

【解答】 $T=\frac{3T_1T_2}{2T_1+T_2}$

【解析】



觸類旁通：A容器（P，V_A，T_A)、B容器(P，V_B，T_B)混合後($\underline{P}$，V_A+V_B，？)

$$n=\frac{PV}{T_1}+\frac{P2V}{T_2}=\frac{P'\times3V}{T}=\frac{P\times3V}{T}\qquad\therefore T=\frac{3T_1T_2}{2T_1+T_2}$$

範例 38：

【解答】350 K

【解析】

氣體混合前後能量守恆

$PV+3P\cdot2V=P'\cdot3V$

分子不滅：$\dfrac{PV}{150}+\dfrac{P\cdot 2V}{450}=\dfrac{P'\times 3V}{T}$　　$\therefore T=350$

範例 39：

【解答】(1)(D)　　$2.\dfrac{5}{3}$

【解析】：

1.

設混合前左室之溫度爲 T，混合後容器內溫度爲 T′，則

$(1)\,PV=nRT\Rightarrow T=\dfrac{PV}{nR}$

(2)混合前後氣體總能不變，則$\dfrac{3}{2}PV+\dfrac{3}{2}(2P)(2V)=(n+2n)\cdot\dfrac{3}{2}RT'$

$\Rightarrow T'=\dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{PV}{nR}=\dfrac{5}{3}T$

2.假設左室的壓力爲 P，左室的初始條件爲(P，V，n，T)，遵守 PV=nRT

假設右室的壓力爲 x，右室的初始條件爲(x，2V，2n，2T)，亦遵守 x(2V)=(2n)R(2T)

解得 x=2P　　氣體混合前後能量守恆 PV+(2P)(2V)=P’(3V)　故 $P'=\dfrac{5}{3}P$

範例 40：

【解答】(A)(B)(D)(E)

【解析】

(A) $n=\dfrac{PV}{RT}\propto\dfrac{P}{T}$　　$\dfrac{n_1}{n_2}=\dfrac{P_1}{P_2}\cdot\dfrac{T_2}{T_1}$

(B) $E_K=\dfrac{3}{2}KT$

(C) $T=\dfrac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}$（加權平均）　*if* $n_1=n_2\Rightarrow T=\dfrac{T_1+T_2}{2}$ 但題目中莫耳數不等。

(D) $P=\dfrac{P_1V_1+P_2V_2}{V_1+V_2}$ *if* $V_1=V_2\Rightarrow P=\dfrac{P_1+P_2}{2}$

範例 41：

【解答】(1)$v=\sqrt{3}v_o$　(2)$P=\dfrac{3Mv_o^2}{1000V}$　(3)$T=\dfrac{Mv_o^2}{R}$

【解析】

$$(1)\frac{1}{1000}\frac{1}{2}Mv_o^2+\frac{2}{1000}\frac{1}{2}M(2v_o)^2=\frac{3}{1000}\frac{1}{2}Mv^2\Rightarrow v=\sqrt{3}v_o$$

$$(2)\frac{3}{2}PV=\frac{3}{1000}\frac{1}{2}M(\sqrt{3}v_o)^2\Rightarrow P=\frac{3Mv_o^2}{1000V}$$

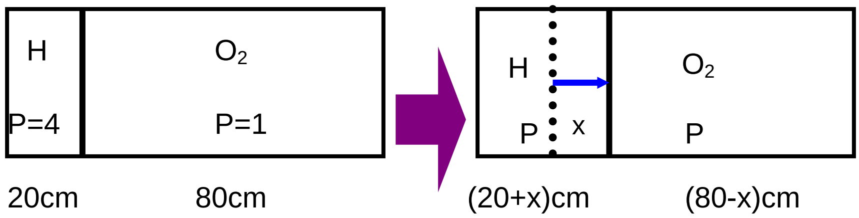
$$(3)PV=\frac{3}{1000}RT\Rightarrow\frac{3Mv_o^2}{1000V}V=\frac{3}{1000}RT\Rightarrow T=\frac{Mv_o^2}{R}$$

範例 42：

【解答】1. 30 cm　2. 1.2 atm

【解析】

1.



$$n=\frac{PV}{RT}\qquad\frac{n_1}{n_2}=\frac{4\times20}{1\times80}=\frac{1}{1}$$

左：$P'(20+x)=1\times R\times T$

右：$P'(80-x)=1\times R\times T$

$\Rightarrow 20+x=80-x\quad\Rightarrow\quad x=30cm$

2.

原左：$2\times20=1\times R\times T$

原右：$P'(20+\frac{40}{3})=1\times R\times T\rightarrow P'=1.2atm$

範例 43：

【解答】(D)

【解析】

搬出第 11 章的招牌公式 $PV=nRT$

將左室與右室平衡後的物理量，分別代入理想氣體方程式 $\begin{cases}P'\cdot(V+x)=nR\cdot400\\P'\cdot(V-x)=nR\cdot300\end{cases}$

$$\Rightarrow\frac{V+x}{V-x}=\frac{4}{3}\qquad\therefore x=\frac{V}{7}$$

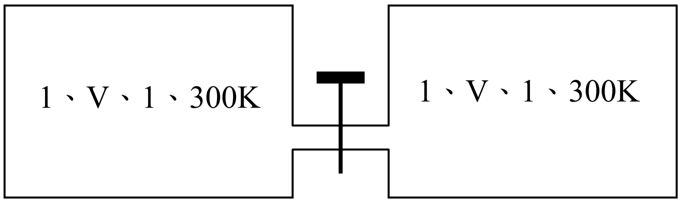
範例 44：

【解答】$\frac{8}{9}$

【解析】

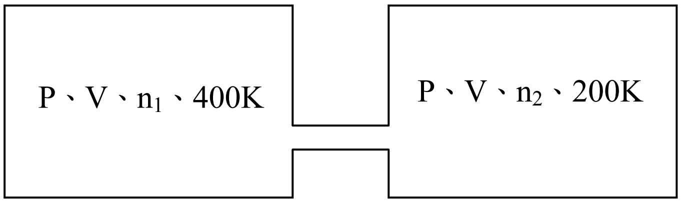
1°：初狀態的(壓力、體積、莫耳數、溫度)

(假設一開始左右兩室各有 1 莫耳的氣體以簡化計算)



可列出理想氣體方程式：$1 \cdot V = 1 \cdot R \cdot 300$ …… ①

2°：末狀態(壓力、體積、莫耳數、溫度)：



連通平衡後壓力相等，分別對左右兩室列理想氣體方程式

$$\begin{cases} P \cdot V = n_1 \cdot R \cdot 400 \\ P \cdot V = n_2 \cdot R \cdot 200 \end{cases} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{2}$$ 原共有氣體 2 莫耳，故 $n_1 = \frac{1}{1+2} \times 2 = \frac{2}{3}$ 莫耳

代回左室的理想氣體方程式　$P \cdot V = \frac{2}{3} \cdot R \cdot 400$ …… ②

3°：①②式相除可得　$P = \frac{8}{9}$

範例 45：

【解答】(B)(D)(E)

【解析】

(A)質量相同，分子量比爲 1:5，故莫耳數比爲 5:1

(B)甲室的壓力爲乙室的 5 倍，故隔板往右移

(C)莫耳數比爲 5:1，平衡時壓力相等，由 PV=nRT 可知，平衡後，甲乙兩室的體積比=莫耳數比=5:1

(D)因莫耳數比爲 5:1，故混合後分壓爲 5:1

(E) $P_{甲} = \dfrac{(\frac{M}{4})RT}{V}; P_{乙} = \dfrac{(\frac{M}{20})RT}{V}$

混合後壓力　$P_{甲}V + P_{乙}V = P \cdot 2V \Rightarrow P = \dfrac{P_{甲} + P_{乙}}{2} = \dfrac{3MRT}{20V}$

範例 46：

【解答】碰撞；布朗運動

【解析】(略，見講義)

範例 47：

底部水的質心

【解答】(A)(C)

【解析】(略，見講義)

範例 48：

【解答】(E)

【解析】(略，見講義)

範例 47：

【解答】(A)(C)

【解析】(略，見講義)

範例 50：

【解答】 (1) __0___ (2) __4___ (3) 3.25 (4) 3.35

【解析】

大家來找碴：這個題目算出來是 $v_P > v_{rms} > \bar{v}$ ？

可是老師上課不是講說$v_{rms} > \bar{v} > v_P$！是不是老師騙人？ABSOLUTELY NOT！只因爲_<u>非*Maxwell's distribution*</u>。

範例 51：

【解答】(C)

【解析】

(E)$V_M = V_P$

曲線下面積代表分子數，因分子數一定，故溫度增加時，v_M增加，但面積不變，故N_M必減少