第十章

100201 熱能（熱量）變化：$\Delta H = ms\Delta t$

【觀念辨正 1】：到底要寫 $\Delta H = ms\Delta t$ 還是 $H = mst$ ？ $\Delta H = ms\Delta t$

【觀念辨正 2】：1 公克 100℃的水所含的熱量=100 公克 1℃的水嗎？不等於
其實是後者的熱量(總能)多。我們不關心所含的熱量多寡，只關心熱量變化。

思考問題 熱能爲何會有兩套單位呢？古代視熱爲物質，現代視熱爲能量。爲何又可以互換呢？焦耳熱功當量實驗。

100301

熱膨脹的應用：

(1)複片：會彎向膨脹係數_小_的一邊。 (2) 恆溫器/溫度開關

100302

- 對於「熱脹冷縮」，我們至少可以得到 3 項結論：
  - (1)與_材料特性_有關
  - (2)與_溫度變化_有關
  - (3)與_原長_有關
- 把這段敘述數學化，得到線膨脹的第一個公式：$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t$
- 稍微整理一下，可以得到線膨脹的第二個公式：$L = L_0(1+\alpha\Delta t)$

二項式定理：

- 若 x<<1，則此公式可近似爲：1+nx

100303

① $\sqrt{1.002} = (1+0.002)^{\frac{1}{2}} \doteqdot 1.001$

② $\dfrac{1}{1.002} = (1+0.002)^{-1} \doteqdot 0.998$

③ $\dfrac{1}{1+x} = (1+x)^{-1} \doteqdot 1-x$

④ $\dfrac{1}{1-x}=(1-x)^{-1}\fallingdotseq 1+x$

⑤ $\dfrac{1+y}{1+x}$ $(x<<1，y<<1)\fallingdotseq(1+y)(1-x)=1+y-x-\overset{0}{\cancel{xy}}\fallingdotseq 1+(y-x)$

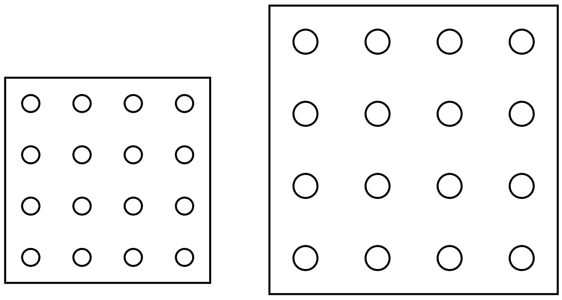
如何從 20℃的長度，推算 50℃的長度？ $L_{50}=L_{20}(1+30\alpha)$

100314 面膨脹：

後來面積 $A=x\times y=[x_o(1+\alpha t)]\times[y_o(1+\alpha t)]=x_oy_o\times(1+\alpha t)^2=Ao(1+2\alpha t)=Ao(1+\beta t)$

思考問題 加熱後，中間的圓孔面積會變大還是變小？變大

思想實驗：



100315 體膨脹：

後來體積 $V=x\times y\times z=[x_o(1+\alpha t)]\times[y_o(1+\alpha t)]\times[z_o(1+\alpha t)]$

$=x_oy_oz_o\times(1+\alpha t)^3=Vo(1+3\alpha t)=Vo(1+\gamma t)$

思考關鍵：

$$D=\frac{M}{V}=\frac{M}{V_o(1+\gamma t)}=\frac{M}{V_o}(1-\gamma t)=D_o(1-\gamma t)$$

$$\rho=\rho_o(1-\gamma t)$$

(90 日大)固體的體膨脹係數γ與其面膨脹係數β的比值 $\dfrac{\gamma}{\beta}$ 為 $\dfrac{3}{2}$

100503

【觀念辨正】

1.有沒有-20℃的冰呢？ 有

2.有沒有 120℃的水蒸汽呢？ 有 【100℃的水蒸氣改成 120℃的水蒸汽】

第十章　詳解

範例 01：

【解答】(D)

【解析】

淨熱流由溫度高的地方流向溫度低的地方

範例 02：

【解答】(C)

【解析】

淨熱流會從溫度高者流向溫度低者，故甲的溫度>乙的溫度>丙的溫度。

範例 03：

【解答】1.(C)　2.(B)(C)(D)(E)

【解析】

1. 理論上溫度的最低點是－273.16℃，稱爲絕對零度，因此－1000℃是不可能的。
2. 理想的溫度計必須具備三大條件：

❶平衡時間短，即(E)

❷影響原溫度的程度小，即(D)

❸靈敏度要高，即(C)

至於(B)--「一致性」，這是科學研究的基本假設

至於(A)，固體、液體、氣體皆可設計成爲溫度計

範例 04：

【解答】(1) -40 ℃　(2)160℃ = 320°F　(3)574.25(°F)　(4)不可能

【解析】

(1) $\dfrac{x-0}{100-0}=\dfrac{x-32}{212-32}$　　$x=-40$

(2) $\dfrac{x-0}{100-0}=\dfrac{2x-32}{212-32}$　(3) $\dfrac{y-273}{373-273}=\dfrac{y-32}{212-32}$

(4) $\dfrac{z-273}{373-273}=\dfrac{z-0}{100-0}\Rightarrow$ 矛盾！

範例 05：
【解答】29.60
【解析】

$$\frac{37-0}{100-0}=\frac{x-0}{80-0} \qquad x=37\times0.8=29.6$$

範例 06：
【解答】(C)(E)(F)

範例 07：
【解答】(B)(D)
【解析】

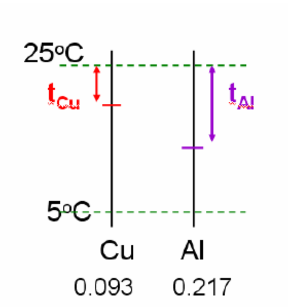
$$c:ms\Rightarrow m:\frac{c}{5} \qquad \frac{m_1}{m_2}=\frac{\frac{5}{1}}{\frac{3}{3}}=\frac{5}{1}$$

範例 08：
【解答】$0.05\ cal/g℃$
【解析】

$$s=0.03\times\frac{1}{3}+0.06\times\frac{2}{3}=0.05\ cal/g℃$$

範例 09：
【解答】(D)
【解析】
本題不知道水的質量，理論上無法計算。但仔細觀察題目給的數據
a 球由 29℃降至 21℃所釋放的熱爲 m×s×(29-21)；
b 球由 17℃升至 21℃所吸收的熱爲 2m×s×(21-17)，兩者恰相等。故末溫爲 21℃。

範例 10：
【解答】(B)(F)
【解析】
分析銅與水 300×0.093×(t－5)=300×1×(25－t)
分析鋁與水 300×0.217×(t'－5)=300×1×(25－t')
因鋁的比熱大，故平衡溫度較低，鋁的吸熱較多

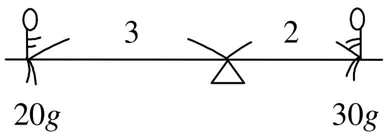


範例 11：
【解答】(C)
【解析】
(一)吸＝放　$20\times1\times(\underbrace{t-30}_{大-小})=30\times1\times(\underbrace{50-t}_{大-小})$

(二) $\Delta H = 0 \quad 20\times1\times(\underbrace{t-30}_{大-小})+30\times1\times(\underbrace{t-50}_{小-大})=0$

(三)加權平均 $t = 30\times\frac{2}{5}+50\times\frac{3}{5}=42$ ℃

(四)蹺蹺板



範例 12：

【解答】58

【解析】

(一)吸＝放：$1\times0.1\times(t-10)+1\times0.3\times(t-30)=1\times0.6\times(80-t)$

(二) $\Delta H = 0$ ：$1\times0.1\times(t-10)+1\times0.3\times(t-30)+1\times0.6\times(t-80)=0$

(三)加權平均：$T=\dfrac{1\times0.1\times10+1\times0.3\times30+1\times0.6\times80}{1\times0.1+1\times0.3+1\times0.6}=58$ ℃

牛刀小試

$0.9\times(70-t)+0.4\times(40-t)=0.1\times(t-10)\Rightarrow t=57.7$℃

範例 13：

【解答】30 cal/℃，30g

【解析】

$C\times(21-15)+300\times1\times(21-15)=220\times1\times(30-21)$

$6C+1800=1980 \quad \therefore C=30\ cal/$℃，$M=30g$

牛刀小試

$16\times300=80\times C+80\times0.38\times100\Rightarrow C=22\Rightarrow M=22g$

範例 14：

【解答】(D)(E)

【解析】

(A) $60J/S\times10\min\times60\ S/\min=36000$ J

(B)沸點

(C) $\dfrac{36000J/10\min\times40\min}{4.2J/cal\times300g}$

(D) $\dfrac{36000}{4.2J/cal}=500\times0.093\times(75-25)+300\times S\times(75-25)$

(E) $100=m\cdot S\cdot100\cdot\Delta t$ （測量）

$90=m\cdot S\cdot90\cdot\Delta t$ （真正）$\Rightarrow$測量值大於真正值

範例 15：

【解析】(略，見講義)

範例 16：

【解答】(B)

【解析】

冰塊質量利用 $m = m_f - m_i$ 求出。

$\begin{cases} m_i\text{：量熱器及內筒溫水之總質量。} \\ m_f\text{：冰塊投入量熱器後，量熱器及水（部分爲冰塊所熔化）之總質量。} \end{cases}$

範例 17：

【解析】(略，見講義)

範例 18：

【解析】(略，見講義)

範例 19：

【解答】(A)(C)(D)

【解析】

(A)水面恰完全淹沒待測固體，可減少輻射的過程散失熱量

(B)水量不宜太多是避免溫度變化太小，再來就是水的傳熱是靠對流

(C)(D)水量不宜太多是避免溫度變化太小

(E)水量多寡，與是否方便測量水的質量無關

範例 20：

【解答】5.4cm

【解析】

【解法＜一＞】

以 20℃的長度爲基準，用近似也無妨！

$$\begin{aligned} \Delta L &= \alpha \ L_0 \ \Delta t \\ &= 10^{-5} \times 270 \times 20 \\ &= 5.4 \times 10^{-2} m = 5.4 cm \end{aligned}$$

【解法＜二＞】

堅持不用近似公式，永不妥協！

$L_{20} = L_0(1 + 10^{-5} \times 20)$

$270 = L_0(1.0002)$ 　解得 $L_0 = 269.946010797840431m$

故長度差 $\Delta L = 270 - 269.946 = 0.0539892021595680$

$\Rightarrow$【解法＜一＞】與【解法＜二＞】的誤差爲 $\dfrac{1}{5400} \doteqdot 0.02\%$

範例 21：

【解答】(C)

【解析】

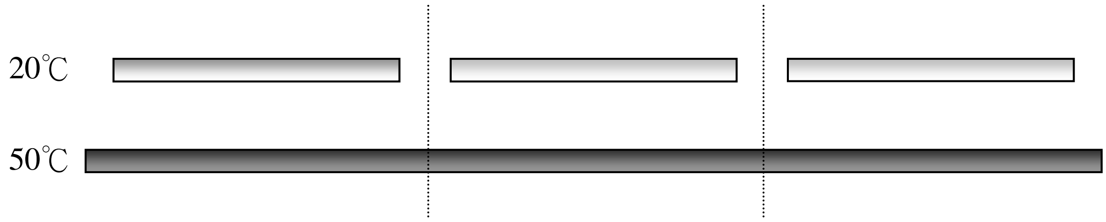
浮力 $B=Vdg$ ！溫度降低，船的體積會變小！

$$B=V_{海下}dg=mg$$

範例 22：

【解答】1.5cm

【解析】



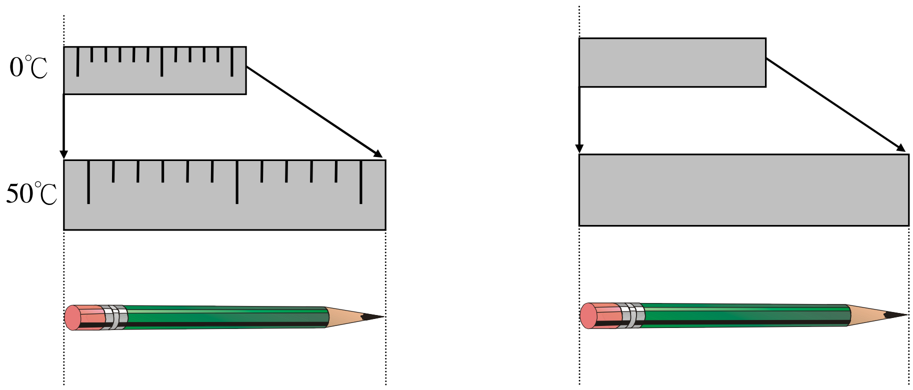
$$\Delta L: L_{50}-L_{20}=\alpha\cdot L_0\cdot\Delta t=10^{-5}\times 50\times 30=15\times 10^{-3}=1.5cm$$

範例 23：

【解答】1.2012m

【解析】

很多人會以為 50℃時測得的長度不就是 1.200 公尺嗎？問題就在於，用一把不準的尺，量得的數據，是準的還是不準的呢？答案當然是不準。那它真正的長度是多少？



$$L:1.2(1+2\times 10^{-5}\times 50)=1.2(1.001)=1.2012m$$

範例 24：

【解答】1.2006m

【解析】

$$L_{50}=1.2(1+2\times 10^{-5}\times 50)=L_0(1+1\times 10^{-5}\times 50)$$

$$L_0=1.2\times\frac{1+2\times 10^{-5}\times 50}{1+1\times 10^{-5}\times 50}=1.2006m \qquad \frac{1+y}{1+x}\doteqdot 1+(y-x)$$

範例 25：
【解答】(A)
【解析】

$$\begin{cases} T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_o}{g}} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_o(1+\alpha\cdot 25)}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T-T_o}{T_o} = \sqrt{1+\alpha\cdot 25}-1 = (1+4.5\times10^{-4})^{\frac{1}{2}}-1 \cong \frac{1}{2}(4.5\times10^{-4}) = 2.25\times10^{-4}$$

牛刀小試　(二項式近似的應用)

1.(69 日大)七月時地球與太陽之距離最大為 1.02 天文單位，一月時距離最小為 0.98 天文單位。設地球繞日運動之速率在七月時為 v_7，在一月時為 v_1，則由克卜勒第二定律可知 v_7/v_1 約等於(A)1.08　(B)1.04　(C)1　(D)0.96　(E)0.93　【(D)】

4.(71 日大)設有一中子與一靜止之鉛原子核(質量約為中子之 206 倍)作正面彈性碰撞，則碰撞後中子損失之動能約為原動能的　(A)0.20%　(B)1.9%　(C)25%　(D)99%。【(B)】

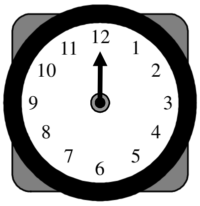
範例 26：
【解答】0.36 秒
【解析】

(1)誤差比例公式：$\dfrac{T_{誤}-T_{正}}{T_{正}} \cong \dfrac{1}{2}\alpha\Delta t$

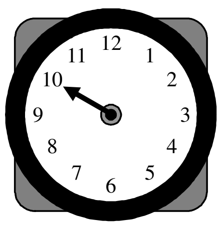
(2)誤差比例意義：每經 1 秒（分、時、天、年）

就會相差 $\dfrac{T_{誤}-T_{正}}{T_{正}}$ 秒（分、時、天、年）

正確：60 秒

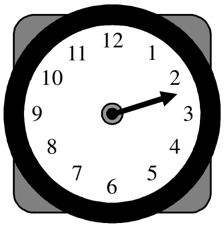


錯誤：50 秒

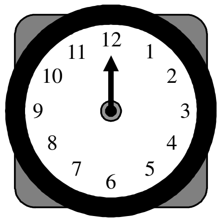


以正確的為準，慢了 10 秒

正確：72 秒



錯誤：60 秒



以誤錯的為準，慢了 12 秒

$$\frac{T_{誤}-T_{正}}{T_{正}}=\frac{T_{誤}}{T_{正}}-1=\sqrt{\frac{\ell_{20}(1+\alpha\Delta t)}{\ell_{20}}}-1=(1+\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot\Delta t)-1=\frac{1}{2}\alpha\Delta t$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-5}\times 10=10^{-4}$$

$3600\times 10^{-4}=0.36$ 秒／小時⇒約 8 秒／天

範例 27：

【解答】$\dfrac{\alpha_1 L_1+\alpha_2 L_2}{L_1+L_2}$

【解析】

$\Delta L=\Delta L_1+\Delta L_2$

$$\alpha(L_1+L_2)\Delta t=\alpha_1 L_1\Delta t+\alpha_2 L_2\Delta t\Rightarrow\alpha=\frac{\alpha_1 L_1+\alpha_2 L_2}{L_1+L_2}$$

範例 28：

【解析】

這議題直接照題意列式，兩式相減即可把溫度項對消

設原長分別爲 L_{01} 、 L_{02}

依題意則線膨脹係數比爲 $\alpha_1:\alpha_2=L_{02}:L_{01}\Rightarrow\alpha_1\times L_{01}=\alpha_2\times L_{02}$

所以

$$L_1-L_2=L_{01}\times(1+\alpha_1\Delta t)-L_{02}\times(1+\alpha_2\Delta t)=L_{01}-L_{02}+(\alpha_1\times L_{01}-\alpha_2\times L_{02})\Delta t=L_{01}-L_{02}$$

範例 29：

【解答】$\dfrac{r_2-r_1}{r_1\alpha_1-r_2\alpha_2}$

【解析】

t℃時 $r_1'=r_1(1+\alpha_1 t)$ ， $r_2'=r_2(1+\alpha_2 t)$

$$r_1'=r_2'\Rightarrow r_1(1+\alpha_1 t)=r_2\ (1+\alpha_2 t)\Rightarrow t=\frac{r_2-r_1}{r_1\alpha_1-r_2\alpha_2}$$

範例 30：

【解答】(1)2.0072cm (2)2.0072 π cm (3)1.0072 π cm^2

【解析】

(1) $2\times(1+2\times 10^{-5}\times 180)=2(1.0036)=2.0072cm$

(2) $\ell=2\pi R=2.0072\pi$

(3) $A=\pi R^2=\pi(\dfrac{2.0072}{2})^2=1.0072\pi\ cm^2$

範例 31：

【解答】1.0005×10^{-2} cm ; 0.005 rad

【解析】

$$\ell' = 0.01\times(1+10^{-5}\times50) = 1.0005\times10^{-2} \quad cm$$

$$\theta \cong \frac{\ell}{r} = \frac{\ell_0(1+\alpha t)}{r_0(1+\alpha t)} = \frac{0.01}{2}$$

範例 32：

【解答】(1)0.46% (2)0.69% (3)-0.69%

【解析】

(1) $\dfrac{\Delta L}{\ell_0} = \alpha\Delta t = 0.23\%$　　$\dfrac{\Delta A}{A_0} = \beta\Delta t = 2\alpha\Delta t = 0.46\%$

(2) $\dfrac{\Delta V}{V_0} = r\Delta t = 3\alpha\Delta t = 0.69\%$

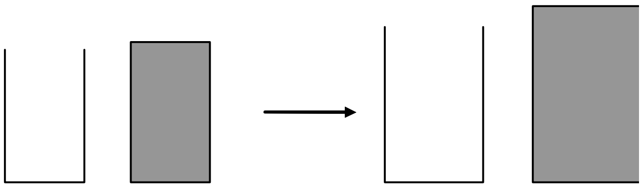
(3) $\dfrac{\Delta\delta}{\delta} = -r\Delta t = -3\alpha\Delta t = -0.69\%$

範例 33

【解答】20cm^3

【解析】

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_{水} - V_{玻}\\ &= 2000(1+6\times10^{-4}\times20) - 2000(1+1\times10^{-4}\times20)\\ &= 2000(6\times10^{-4} - 1\times10^{-4})\times20\\ &= 2000\times5\times10^{-4}\times20\\ &= 20cm^3\end{aligned}$$



範例 34：

【解答】$\dfrac{V_0(r_M - r_G)t}{A_0(1+\beta_G t)}$

【解析】

策略分析：玻璃（的體積）會膨脹，水銀（的體積）也會膨脹，截面積 也會膨脹。

$$h = \frac{V_M - V_G}{A_G} = \frac{V_0(r_M - r_G)t}{A_0(1+\beta_G t)}$$

有此一說：液體對容器的膨脹稱爲視膨脹，真正的膨脹爲真膨脹。

進階思考：水銀對玻璃的視膨脹係數爲 $r_{水玻} = r_{水} - r_{玻}$

範例 35：

【解答】1.275×10^{-3}

【解析】

【試題分析】：此題考的是二項式近似的公式 $\dfrac{1+x}{1+y}\cong1+(x-y)$ 及密度變化 $\rho=\rho_o(1-\gamma\, t)$，算是熱膨脹中最冷門的公式！

【解 一】：$\dfrac{\rho_2}{\rho_1}=\dfrac{\rho_o[1-\gamma(15)]}{\rho_o[1-\gamma(-10)]}=\dfrac{1-15\gamma}{1+10\gamma}\cong1+25\gamma$

題目所求 $\dfrac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1}=1-\dfrac{\rho_2}{\rho_1}=1-(1-25\gamma)=25\gamma=25\times3\alpha=1.275\times10^{-3}$

【備註】：為方便比較，線膨脹係數多用 10^{-6} 的倍數，而不化成科學記號！

【解 二】：$\dfrac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1}=\dfrac{\rho_1 25\gamma}{\rho_1}=25\gamma=25\times3\alpha$

範例 36：

【解答】(1)0.25×10^{-4}　(2) $\dfrac{d_0-d}{3d_0t}$

【解析】

(1) $\Delta\ell=-r\Delta t$

$0.15\times10^{-2}=-3\alpha(0-20)$　$\alpha=\dfrac{0.15\times10^{-2}}{3\times20}=0.25\times10^{-4}\ 1/℃$

(2) $\dfrac{d-d_0}{d_0}=-3\alpha(t-0)\Rightarrow\alpha=\dfrac{d_0-d}{3d_0t}$

範例 37：

【解答】(C)

【解析】

棉被中的棉花因包含許多小氣室，空氣的傳熱特性很差，因此可使熱的傳播減慢，不管要保溫的物體是冷是熱，都有相當不錯的隔熱效果。

範例 38：

【解答】(A)

【解析】

金屬熱傳導係數大，散熱快，因此覺得較冷。

範例 39：

【解答】(A)

【解析】厚玻璃杯因內外受熱不均，故易破裂，若提高玻璃的熱傳導性，可使厚杯較不易破裂。

範例 40：

【解答】1. $\frac{8}{1}$ 2. $\frac{3}{1}$ 3. $\frac{5}{1}$ 4. (E)

【解析】

1.<u>0℃</u>：$M_1\times80=M_2\times540+M_2\times1\times100$ $\frac{M_1}{M_2}=\frac{8}{1}$

2.<u>100℃</u>：$M_1\times80+M_1\times1\times100=M_2\times540$ $\frac{M_1}{M_2}=\frac{3}{1}$

3.<u>40℃</u>：$M_1\times80+M_1\times1\times40=M_2\times540+M_2\times1\times(100-40)$ $\frac{M_1}{M_2}=\frac{5}{1}$

4.<u>t℃</u>：$M_1\times80+M_1\times1\times t=M_2\times540+M_2\times1\times(100-t)$

$$\frac{M_1}{M_2}(80+t)=640-t\Rightarrow(80+y)+y=640\Rightarrow(x+1)(y+80)=720$$

範例 41：

【解答】1. <u>80</u> 2. <u>1：2</u>

【解析】

1. 從題意的暗示可知最後平衡時的狀態在 100℃的氣、水共存
   120 克的冰，從 0℃的冰到 0℃的水需吸熱 80×120=9600 cal
   從 0℃的水到 100℃的水需吸熱 120×1×100=12000 cal
   共 21600 cal = x g 的 100℃水蒸氣至 100℃水所放的熱
   21600÷540=40 g 故水蒸氣剩下 80g
2. 改成水蒸氣與水的質量比爲 1：2

範例 42：

【解答】.(A)

【解析】

因 1 克 70℃熱水降至 0℃所放出的熱量，只能使 $\frac{70}{80}$ 克的 0℃冰熔化，冰未完全熔化，最後冰、水共存於 0℃ 。

範例 43：

【解答】(E)

【解析】

設金屬塊原來溫度爲 t℃，因熱量無流失，則

金屬塊放出的熱量＝水下降至 0℃及 10 克水結冰所吸收的熱量

$\Rightarrow 200\times0.10\times(0-t)=100\times1\times(10-0)+10\times80$

$\therefore t=-90\,(℃)$

範例 44：

【解答】(B)

【解析】：240×1×(90－40)=m×80＋m×1×40　解得 m=100(克)

範例 45：

【解答】527.5

【解析】

-10 ℃冰→0℃冰→0℃水→20℃水

需熱量 $H = 5\times0.55\times10 + 5\times80 + 5\times1\times20 = 527.5$ (cal)

範例 46：

【解答】(C)(D)(E)

【解析】

(A)BC 間應是全為液體

(B)熔點應 T_1，沸點是 T_2

範例 47：

【解答】(D)

【解析】

$\Delta H = ms\Delta t \Rightarrow s = (1/m)(\Delta H/\Delta t) \propto \Delta H/\Delta t$

即比熱 s 與 H－T 關係圖之斜率成正比，由圖形知物質汽化後其圖形（e 部分）之斜率為一定值，故比熱亦為定值與溫度無關。

範例 48：

【解答】820 m/s

【大家來找碴】：這樣列式，到底錯在哪裡？

$\frac{1}{2}mv^2 = m\times80 \quad \therefore v^2 = 160 \quad v = 12m/s$ (×)

【解析】

$\frac{1}{2}mv^2 = m\times80\times4.2 \quad \therefore v = 25m/s = 90km/hr$ (×)

$\frac{1}{2}mv^2 = m\times10^3\times4.2 \quad \therefore v \doteqdot 820m/s \doteqdot 2.5$ 音速

範例 49：

【解答】1℃

【解析】

$mgh = ms\Delta t \Rightarrow 10\times420 = 1\times\Delta t \quad 0 \therefore \Delta t = 420$ ℃ (x)

$mgh = ms\Delta t \Rightarrow 10\times420 = 1\times\Delta t\times4.2 \quad \therefore \Delta t = 1000$ ℃ (x)

$mgh = m\times10^3\times s\times\Delta t\times4.2 \quad \therefore \Delta t = 1$℃

範例 50：

【解答】(C)

【解析】

雨滴等速下落，空氣阻力=雨滴重量

受空氣阻力摩擦產生的熱能=雨滴溫度上升所吸收的熱量

故每秒鐘　mg×v×1=m×s×Δt×4.2　　解得 $\Delta t \fallingdotseq 5\times10^{-2}$℃

範例 51：

【解答】4.0

【解析】

$$\frac{1}{2}E_k = H \Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times(25)^2\times0.24 = 100\times0.093\Delta t \quad \Rightarrow \Delta t = 4.0(℃)$$

範例 52：

【解答】(B)

【解析】

看 1 秒，因功率 4200W，故 1 秒內有 4200J 的能量轉換成熱能

$4200\times1/4.2 = 50\times1\times\Delta t \Rightarrow \Delta t = 20$

※注意！要考慮熱功當量　4.2 J = 1 cal

範例 53：

【解答】(1) $\dfrac{Mv^2}{168000s(m+M)}$　(2)約 74℃

【解析】

(1) $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v^2) = ms\Delta t\times4.2\times10^3$

(2) $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\times\frac{0.0kg\times1.99}{0.01+1.99}\times500^2) = 10g\times0.2\times\Delta t\times4.2$