第九章

P.3

090102 壓力(**Pressure**)

4.腦筋急轉彎： 什麼力不是力？

壓力、表面張力、馬力

5.壓力的方向性——純量還是向量？

No No

是 ”張量”

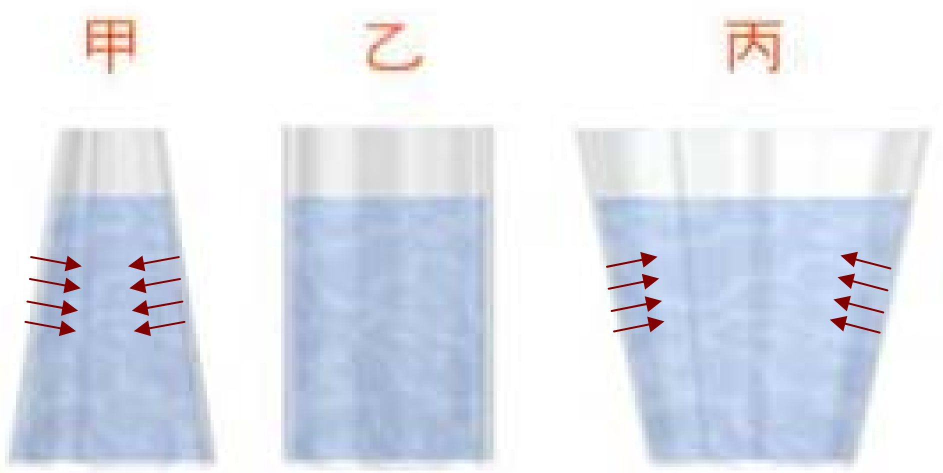
P.4

090103 靜液體的壓力

4.進階思考：❶三容器在桌面造成的壓力何者最大？ 丙

❷三容器內的液體在容器底部造成的壓力何者最大？ 一樣大

❸容器甲及丙對水的力為何?



$F_{甲}=\rho\cdot g\cdot A\cdot h-W_{甲}$

甲器額外對水施力

$F_{甲水}+W_{甲}=\rho\cdot g\cdot A\cdot h$

$F_{丙}=W_{丙}-\rho\cdot g\cdot h\cdot A$

丙器對側面施力

$W_{丙}=F_{丙水}+\rho\cdot g\cdot A\cdot h$

P.20

9. 浮力挑戰題(1)：

❶比較浮力之大小： $a=b>c>d$

❷水面高低： $a=b>c>d$

❸碗入水深度： $d>a>b>c$

.

P.21

10. 浮力挑戰題(2)：

(1)a.冰塊浮在水上，融化後，水面會上升還是下降?(不考慮蒸散等因素) 不變

b.冰塊浮在水銀上，融化後，水面會上升還是下降? 上升

c.冰塊浮在 d=0.95 液體上，融化後，水面會上升還是下降? 下降

(2)若冰塊內含有一小鐵塊(仍浮於水上)，則冰塊融化後，液面會上升或下降？下降

(3)若冰塊內含有一小氣泡(空氣 1atm)，則冰塊融化後，液面會上升或下降？不變

a.若冰塊內含有一小氣泡(CO_2)，則冰塊融化後，液面會上升或下降？下降

b.若冰塊內含有一小氣泡(H_2)，則冰塊融化後，液面會上升或下降？上升

c.要不要考慮空氣的重量呢？要，如何算？不要，如何算？要，不考慮空氣浮力，則氣體重量無意義

(4)若冰塊內含有一木塊，則冰塊融化後，液面會上升或下降？不變

11.浮力挑戰題(3)：裝水容器放在彈簧秤上，內有一顆乒乓球，原繫於容器底部，當繩子斷掉，乒乓球上浮的過程中，彈簧秤的讀數會增加還是減少？如何設計一個實驗來證明呢？減少

12. 浮力挑戰題(4)：

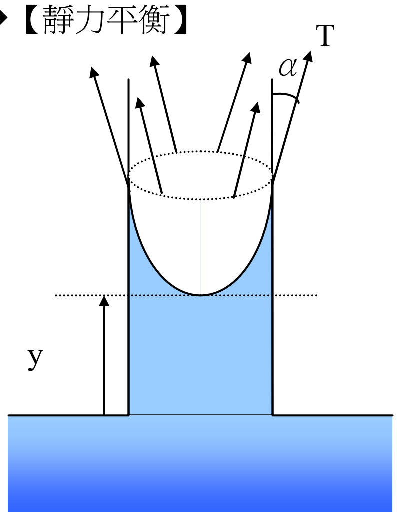
浮沈子，壓力大->體積小->浮力小->下沉->壓力更大->....

反之，壓力小->體積大->浮力大->上浮->壓力更小->....

P.36

090510 毛細現象：毛細管高度的推導➡【靜力平衡】

1.【基本原理】：靜力平衡：向上的力=向下的力



$mg = T\cos\alpha \times 2\pi r$

$\rho\pi r^2 yg = T\cos\alpha \cdot 2\pi r$

$\Rightarrow y = \dfrac{2T\cos\alpha}{\rho gr}$

(另解)

$\dfrac{0 + T\cos\alpha \cdot 2\pi r \cdot y}{2} = \rho\pi r^2 y \cdot g \cdot \dfrac{y}{2}$

$\therefore y = \dfrac{2T\cos\alpha}{\rho gr}$

P.41

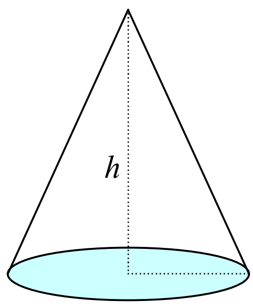
【結 論】:

流體截面積大時，速率較__小__，壓力較__大__；

截面積小時，速率較__大__，壓力較__小__。

第九章 詳 解

範例 01：



【解答】(1) ρ gh (2) ρ gh・π r^2 (3) $\dfrac{2}{3}$ ρ gh π r^2

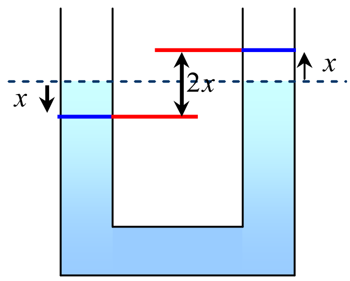
【解析】

(1) P=ρ gh

(2) F=P・A= ρ gh・π r^2

(3) F'=ρ gh π r^2 − $\dfrac{1}{3}$(π r^{2}h) ρ g = $\dfrac{2}{3}$ ρ gh π r^2

範例 02：



【解答】$2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{2g}}$

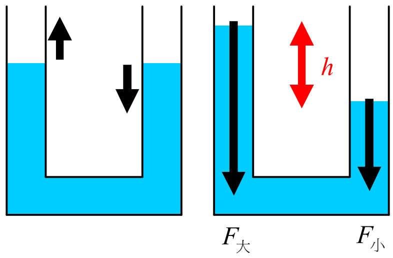
【解析】

$\sum F = \rho g \cdot (2x) \cdot A = (2\rho gA) \cdot x = kx \to S.H.M.$簡諧運動

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2\rho gA}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{A\ell\rho}{2\rho gA}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{2g}}$

範例 03：

【解答】(1) $\dfrac{a}{g}\ell$　(2) $h=\dfrac{\ell^2\omega^2}{2g}$



【解析】

(1)選擇最下面的水作力分析

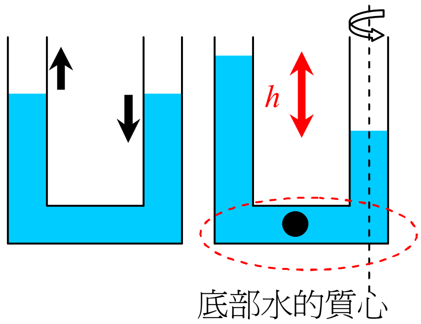
F=ma

$$\rho ghA=(\rho A\ell)a\rightarrow h=\frac{a}{g}\ell$$

(2)$F_c=ma_c=m(\omega^2R)$

$$\rho ghA=(\rho A\ell)\boxed{(\frac{\ell}{2})}\omega^2\rightarrow h=\frac{\ell^2\omega^2}{2g}$$

質心距離 ℓ/2（因為轉軸左右邊距離不一，所以以質心距離來看）



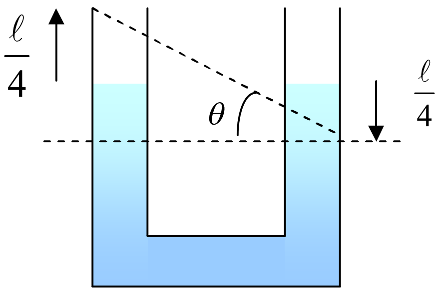
範例 04：

【解答】g/2

【解析】

【解法一】

$$\tan\theta=\frac{2/4\,\ell}{\ell}=\frac{1}{2}\Rightarrow a=g\tan\theta=\frac{1}{2}g\text{ (等效處理)}$$



【解法二】

F ＝ ma → PA ＝ ma

$$\rho\cdot g\cdot\frac{L}{2}\cdot A=\rho\cdot a\cdot L\cdot A\Rightarrow a=\frac{1}{2}g$$

範例 05：

【解答】1.(1)P/6 (2)1/3；2.(1)3h/4　(2)3h/2

【解析】

1.(1) $P'=\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{3}P=\frac{1}{6}P$　(2) $\frac{1}{3}$　(重力場強度不影響水銀柱高度)

2.(1). $g'=g+\frac{1}{3}g=\frac{4}{3}g$　　Po = ρ gh (Po 固定不變)

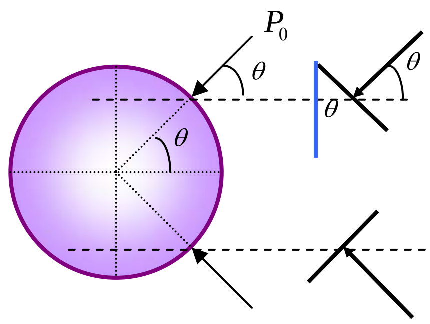
$$g'=\frac{4}{3}g\rightarrow h'=\frac{3}{4}h$$

(2) 同理， $g'=g-\frac{1}{3}g=\frac{2}{3}g \quad g'=\frac{2}{3}g \rightarrow h'=\frac{3}{2}h$

範例 06：

【解答】 1000 kgw

【解析】



有效力

$\Delta F = P_o(\Delta A\cos\theta)$

$\rightarrow \sum F = P_o(\pi R^2) = 1.013\times10^5\ {}^{N}\!/\!_{m^2}\times\pi\times0.18^2$

$=10^4 N = 1000kgw$

範例 07：

【解答】(E)

【解析】

$1atm = 1.013\times10^5\ {}^{N}\!/\!_{m^2} = 10^4\ {}^{kgw}\!/\!_{m^2}$

範例 08：

【解答】(E)

【解析】

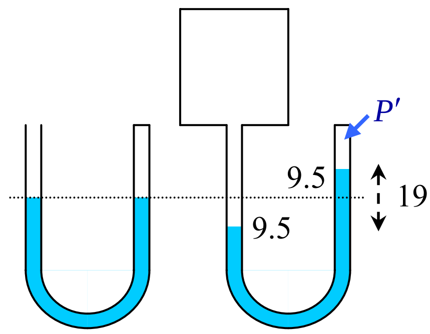
ΔP = 76 - 68.4 = 7.6 (cmHg) = 0.1atm

$F = \Delta P\times A$

$=0.1\times(1.013\times10^5\ {}^{N}\!/\!_{m^2})\times\pi\times(0.2)^2$

$\approx 1200N = 120kgw$

範例 09：



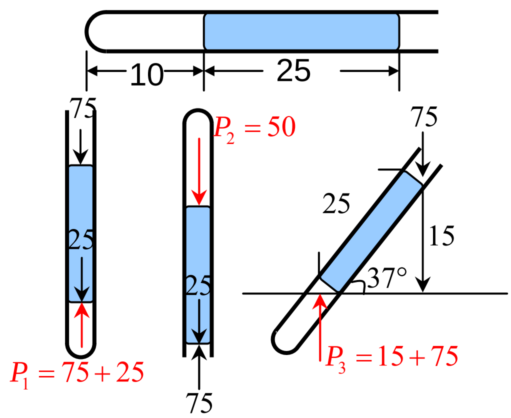
【解答】1.5 atm

【解析】

右：1atm •47.5 = P’•38→P’ = 1.25atm

左：1.25+(2•9.5÷76) = 1.5

範例 10：



【解答】(1)7.5cm (2)15cm (3)8.3cm

【解析】

(1) $75\bullet10=(75+25)\bullet x$

$x=7.5cm$

(2)

$75\times 10=50\times y$

$y=15cm$

(3)

$75\times 10=90\times z$

$z=8.33cm$

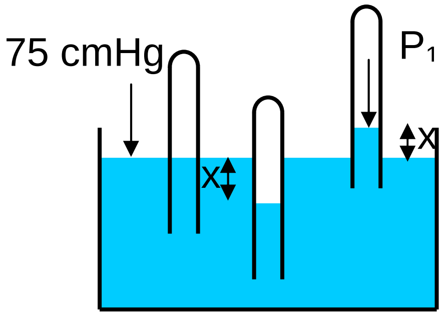
範例 11：

【解答】(1) 7.7 cm (2) 8.1 cm

【解析】

(1) 75•20 = (75-x)(30-x)

(2) 75 • 20 = (75+x)(10+x)



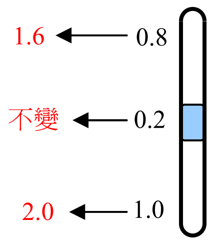
範例 12：

【解答】向上移動

【解析】

因為 1.6＋0.2 =1.8 <2.0

所以水銀向上移動

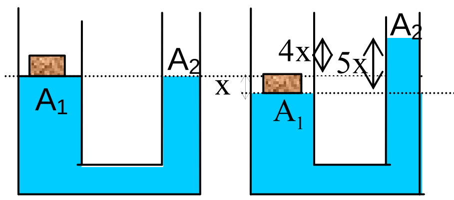


範例 13：

【解答】40cm

【解析】

$$P=\frac{1000}{20}=1\times(5x)\Rightarrow x=10(cm)$$



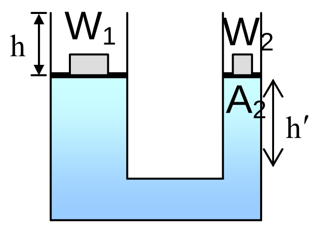
範例 14：

【解答】 $\rho gh(A_1+A_2)$

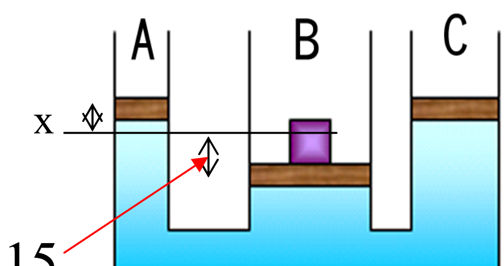
【解析】

$$\frac{W_1}{A_1}=\frac{W_2}{A_2} \qquad A_1h=A_2h'\Rightarrow h'=\frac{A_1}{A_2}h$$

$$\frac{\Delta W}{A_2}=\rho\cdot g\cdot(h+h')=\rho\cdot g\cdot(h+\frac{A_1}{A_2}h)\Rightarrow \Delta W=\rho gh(A_1+A_2)$$



範例 15：



【解答】(1) 5 cm　(2) 40gw

【解析】

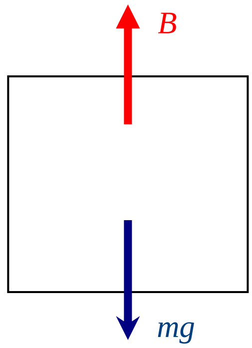
(1)15 • 2 = 5x+1x→x = 5(cm)

(2) $\dfrac{\Delta W}{2cm^2}=1({gw}/{cm^3})\times(15+5)(cm)\Rightarrow \Delta W=40gw$

範例 16：

【解答】(1) 0.8 m　(2)x m　(3)x/d　m

【解析】



B=mg

(1)1•$V_{液下}$•g = 0.8 • $V_{物}$•g → $\dfrac{V_{液下}}{V_{物}}=\dfrac{4}{5}$

(2)1 • $V_{液下}$•g = x•$V_{物}$•g → $\dfrac{V_{液下}}{V_{物}}=\dfrac{x}{1}$

(3)d • $V_{液下}$•g = x•$V_{物}$•g → $\dfrac{V_{液下}}{V_{物}}=\dfrac{x}{d}$

範例 17：

【解答】 $\dfrac{B^3}{2(B^3-A^3)}$

【解析】

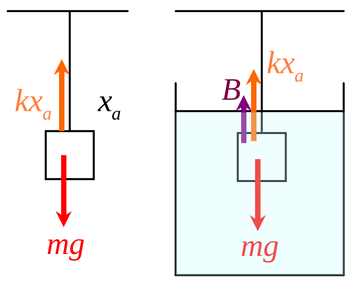
mg = B

$$\rho\cdot[\frac{4}{3}\pi(\frac{B}{2})^3-\frac{4}{3}\pi(\frac{A}{2})^3]\cdot g=1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi(\frac{B}{2})^3\rightarrow\rho=\frac{B^3}{2(B^3-A^3)}$$

範例 18：

【解答】 $\dfrac{X_a}{X_a-X_w}$

【解析】



1°：mg = k•X_a　；

2°：mg = k • X_w +B

→　ρVg = k • X_a　；ρVg = k • X_w +1 • V • g

$$\frac{\rho}{\rho-1}=\frac{X_a}{X_w}\rightarrow\rho=\frac{X_a}{X_a-X_w}$$

另解：

B：空氣中減少的重

mg = k•X_a　；　B = k • X_a - k • X_w

→　ρVg = k • Xa　；1 • V • g =k • Xa - k • X_w

範例 19：

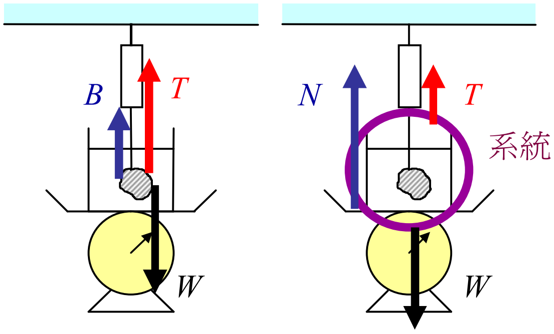
【解答】(A)

【解析】

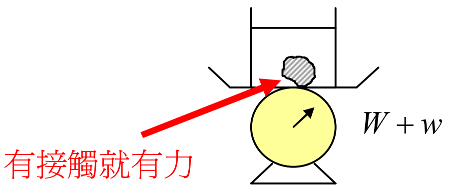
1°：分析物體：w = B+T

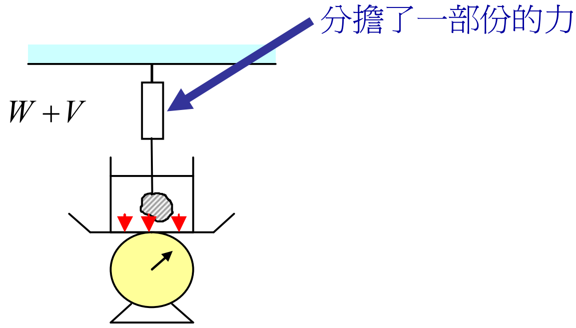
2°：分析(容器+物體)：W+w = N+T

→N = W+B = W+1・V・g = W+Vg



$\boxed{\text{進階思考}}$ ：(1) 沈體　　　　　　　　(2) 浮體





範例 20：

【解答】600 kg/m^3

【解析】0.76・g = 10^3•(0.04x0.12)・g+d・(0.06x0.12)•g

→d = 600 kg/m^3

範例 21：

【解答】1.(B)　2.(E)

【解析】

1.減少的浮力=該液體的重量

1×(3.4×25)×g=d×100×g　　[單位用 cgs 制]

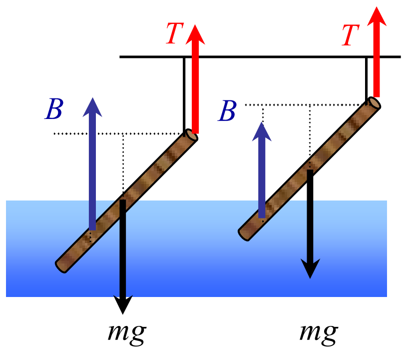
故 d=0.85

2.利用質量的觀念，後來的總重是原水重 W 減去被取代的水的重量 ρ_oVg，再加入物體的重量，故 N=W－ ρ_oVg ＋mg，選(E)

範例 22：

【解答】1.0.75　；2.$\frac{7}{16}$

【解析】



1. $B+T=mg; B\times\frac{3}{4}=mg\times\frac{1}{2}\Rightarrow B=\frac{2}{3}mg; T=\frac{1}{3}mg$

$B=\rho_{水}Vg;$

$\frac{2}{3}mg=1\times\frac{1}{2}V\times g\Rightarrow\rho_{棒}=\frac{m}{V}=0.75$

2. $B+T=mg; B\times 7=mg\times 4\Rightarrow B=\frac{4}{7}mg; T=\frac{3}{7}mg$

$B=\rho_{水}Vg;$

$\frac{4}{7}mg=1\times\frac{1}{4}V\times g\Rightarrow \rho_{棒}=\frac{m}{V}=\frac{7}{16}$

範例 23：

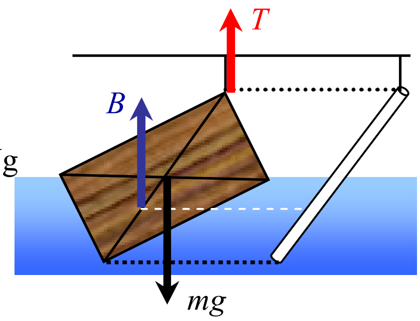
【解答】2/3；mg/4

【解析】

mg = B+T；B・4 = mg・3　→　4・1・½V・g = 3ρVg

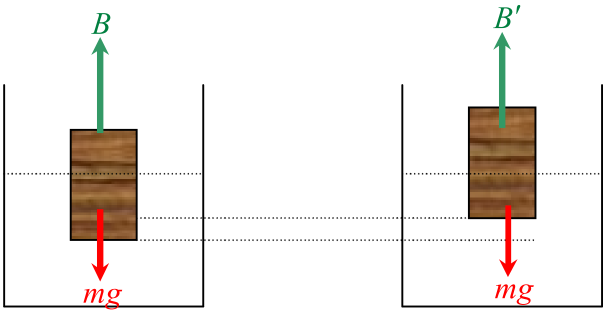
→ ρ=2/3

→T = ¼ mg



範例 24：

【解答】$2\pi\sqrt{\frac{dh}{\rho g}}$



【解析】

$$\sum F=mg-B'$$
$$=mg-(B-\rho Axg)$$
$$=\rho xAg$$
$$=(\rho Ag)x$$
$$=kx \qquad Wow!\quad SHM!$$

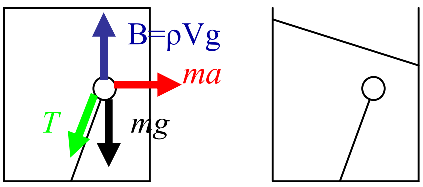
$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{d(Ah)}{\rho Ag}}=2\pi\sqrt{\frac{dh}{\rho g}}$$

範例 25：

【解答】(1) $\tan^{-1}\frac{a}{g}$　(2) $\rho V\sqrt{g^2+a^2}$

【解析】

- 一定受到向右的力，才會做向右加速度 a
- 浮力不一定向上
- 水對物體的力＝浮力



氣球的慣性小，所以才會飄起來

向上：ρVg = mg+Tcosθ→Tcosθ = ρVg－mg ……(1)

向右：ρ Va － Tsinθ ＝ma→Tsinθ＝ρ Va－ma …….(2)
由(2)/(1)得 a/g＝tanθ→a＝gtanθ

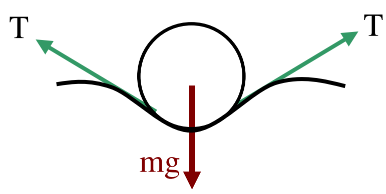
$$B'=\rho V\sqrt{g^2+a^2}$$

範例 26：
【解答】(1) 0.072 N/m　(2) 0.025 N/m
【解析】
(1)

$$mg=T\cdot 2\ell \Rightarrow T=\frac{mg}{2\ell}=\frac{0.72\times10^{-3}\times9.8}{2\times0.05}\cong 0.072\,{}^{N}\!/_{m}$$

(2)

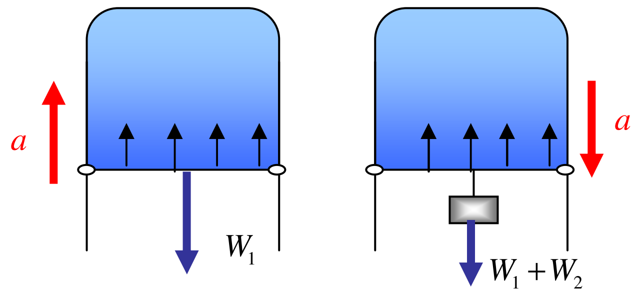
$$mg=T\cdot 2\ell \Rightarrow T=\frac{mg}{2\ell}=\frac{1.0\times10^{-3}\times9.8}{2\times0.2}\cong 0.025\,{}^{N}\!/_{m}$$



範例 27：
【解答】$P_0+\dfrac{4T}{R}$
【解析】
P＝F/A
內部：氣體壓力；外部：大氣壓力
分析半個截面積

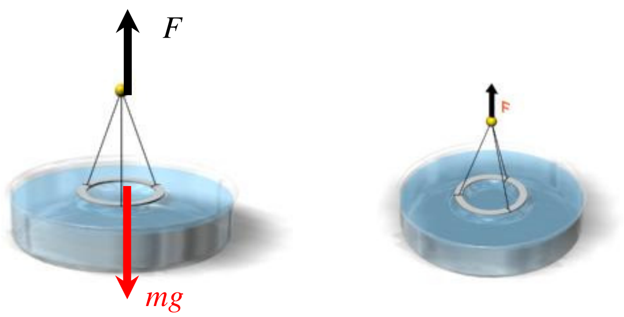
$$P(\pi R^2)=\pi R^2P_0+T(2\pi R)\times2$$

範例 28：
【解答】$\dfrac{W_1(W_1+W_2)}{\ell(2W_1+W_2)}$
【解析】

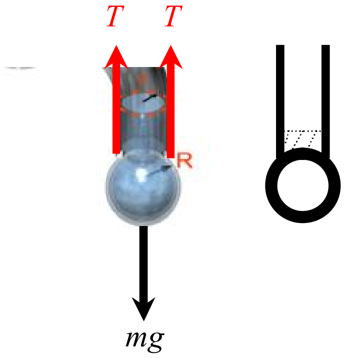


$$\begin{cases} T\cdot 2\ell-W_1=(\dfrac{W_1}{g})a \\ W_1+W_2-T\cdot 2\ell=(\dfrac{W_1+W_2}{g})a \end{cases}$$

範例 29：
【解答】W+T•4πR
【解析】



F = T•2 π R・2 (內外兩圈)



此時T只有在內圈

範例 30：

【解答】$\dfrac{2\rho R^3 g}{3r}$

【解析】

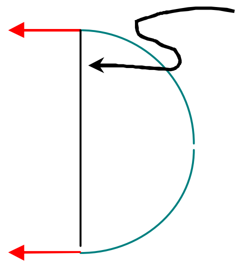
$\rho \cdot \dfrac{4}{3}\pi R^3 \cdot g = T \cdot (2\pi r)$ (此時 T 只有在內圈)

範例 31：

【解析】

表面張力向外拉→**撐開細線**

2F = T・2R•2(上下兩面，且乘上直徑)



範例 32：

【解答】$\dfrac{h\rho g r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)}$

【解析】(見講義)

範例 33：

【解答】$P_0 - \rho g h + \dfrac{2T\cos\alpha}{r}$

【解析】

$$mg + P(\pi r^2) = T\cos\alpha \cdot (2\pi r) + P_0(\pi r^2)$$

$$\Rightarrow p = \frac{2T\cos\alpha + P_0 r - \rho g r h}{r} = P_0 - \rho g h + \frac{2T\cos\alpha}{r}$$

範例 34：

【解答】$y_A = \dfrac{2T\cos\theta}{\rho g r_1}$;　$y = \dfrac{2T\cos\theta}{\rho g(R - r_2)}$

【解析】

(1)$y_A = \dfrac{2T\cos\theta}{\rho g r_1}$

(2)$mg = T\cos\theta(2\pi r_2 + 2\pi R)$

$$\rho(\pi R^2 - \pi r_2^2)yg = T\cos\theta \cdot 2\pi(R + r_2) \Rightarrow y = \frac{2T\cos\theta}{\rho g(R - r_2)}$$

範例 35：

【解答】0.02m

【解析】

$$mg = T \cdot 2\ell \Rightarrow T = \frac{mg}{2\ell}$$

$$y = \frac{2T\cos\alpha}{\rho g r} = \frac{2\dfrac{mg}{2\ell}\cos\alpha}{\rho g r} = \frac{m\cos\alpha}{\rho r \ell} = \frac{5.0\times10^{-4}\cdot\dfrac{3}{5}}{1.5\times10^{3}\cdot\dfrac{1.0\times10^{-3}}{2}\cdot 2.0\times10^{-2}} = 0.02m$$

範例 36：

【解答】71.20 cm; 70.76cm

【解析】

76cmHg = 1013 百帕

$$h = 76\times\frac{950}{1013} = 71.2(cm)$$

$$\Delta y = \frac{2T\cos\alpha}{\rho g r} = \frac{2\times0.49\times\cos127^{0}}{13.6\times10^{3}\times9.8\times1\times10^{-3}} = -0.44(cm)$$

$$\Rightarrow h' = h + \Delta y = 70.76(cm)$$

範例 37：

【解答】(1)流速變快，流速變慢 (2) 2 倍; 不變 (3) 4 倍; 不變

(4) $(A_1v_1+A_2v_2)/A$　　(5) 9cm/s

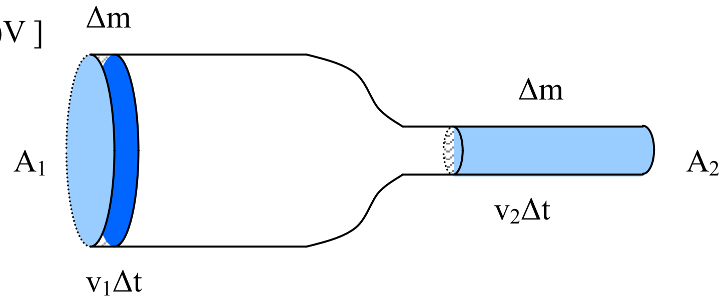
【解析】

(4) $A_1v_1+A_2v_2 = AV$ [$= (A_1+A_2)V$]

$\rightarrow V = (A_1v_1+A_2v_2)/A$

(5)$3cm^2 \cdot 30cm/s = 10 \cdot 1cm^2 \cdot V$

$\rightarrow V = 9cm/s < 30cm/s$



範例 38：

【解答】(D)(E)

【解析】

(A)流體的連續性 $A_1V_1=A_2v_2$，故流速向右漸增

(B)白努利定律，流速大，壓力小；流速小，壓力大。壓力向右漸減。

(C)流入水量=流出水量

(D)流速向右漸增

(E)白努利定律，流速大，壓力小；流速小，壓力大。壓力向右漸減。

範例 39：　　A 大 V 小 P 大

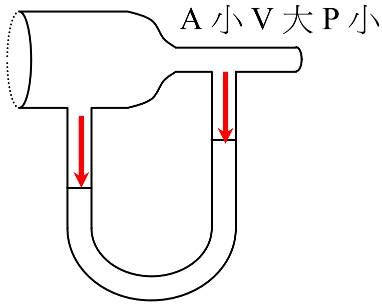
【解答】1. 右管較高　2. 見解析

【解析】

壓力是氣體碰撞器壁所造成的

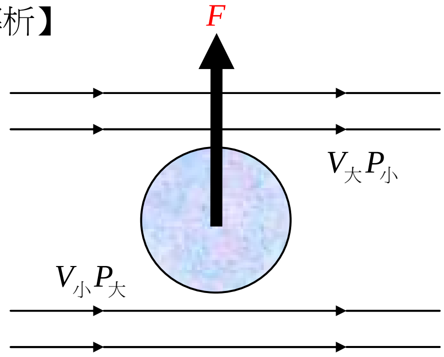
- 若 V 大，則碰撞機會下降→P 下降
- 若 V 小，則碰撞機會增加→P 上升

P 小，液體可被吸上來，所以可以噴出

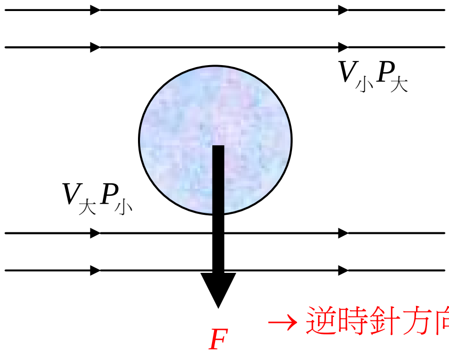


範例 40：

【解析】



→順時針方向旋轉



→逆時針方向旋轉

範例 41：

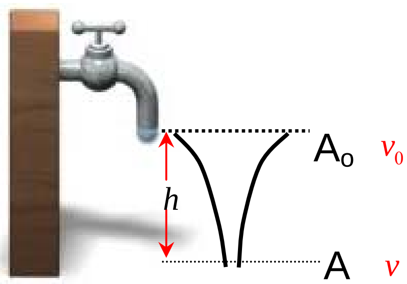
【解答】$\sqrt{2gh_1}$

【解析】（略，見講義）

範例 42：

【解答】1. $\begin{cases} A_0V_0 = AV \\ V^2 = V_0^{\ 2} + 2gh \end{cases}$ 2. $v_0 = \sqrt{\dfrac{0.98}{15}} m/s$

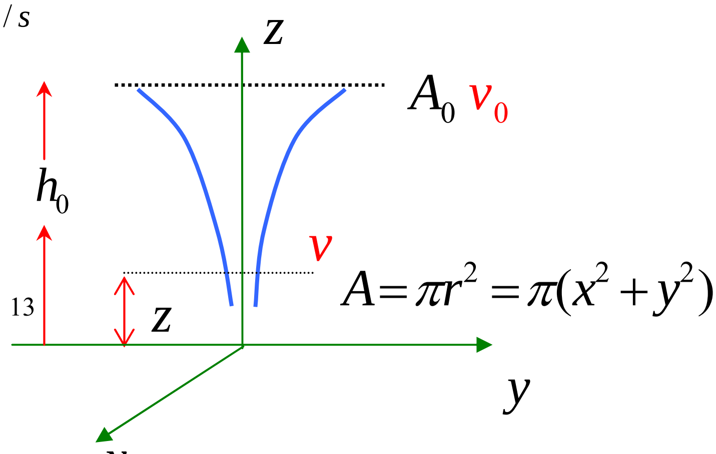
【解析】



1. $\begin{cases} A_0V_0 = AV \\ V^2 = V_0^{\ 2} + 2gh \end{cases}$

2. $\begin{cases} 1 \times v_0 = 0.25 \times v \\ v^2 = v_0^2 + 2 \times 9.8 \times 0.05 \end{cases}$

$(4v_0)^2 = v_0^2 + 0.98$　　　$v_0 = \sqrt{\dfrac{0.98}{15}} m/s$



3.

$$\begin{cases} A_0 v_0 = Av \\ v^2 = {v_0}^2 + 2gh \end{cases}$$

$$\pi {r_0}^2 v_0 = \pi r^2 \sqrt{{v_0}^2 + 2g(h_0 - z)}$$

$$\Rightarrow \frac{{r_0}^4}{r^4} \cdot {v_0}^2 = {v_0}^2 + 2g(h_0 - z)$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{2g}\left(-\frac{{v_0}^2 {r_0}^4}{r^4} + {v_0}^2 + 2gh\right)$$

$$\Rightarrow z = \frac{-a}{r^4} + b = \frac{-a}{(x^2+y^2)^2} + b \quad \because r^2 = x^2 + y^2$$

a, b爲常數：$a = \dfrac{{v_0}^2 {r_0}^4}{2g}$, $\quad b = \dfrac{{v_0}^2 + 2gh}{2g}$

範例 43：

【解答】$\frac{1}{2}\rho({V_1}^2 - {V_2}^2)A$

【解析】

$$\frac{1}{2}\rho {V_2}^2 + P_2 = \frac{1}{2}\rho {V_1}^2 + P_1$$

$$F = \Delta P \cdot A$$

$$= \frac{1}{2}\rho({V_1}^2 - {V_2}^2)A$$