第二章

P.3

1.為何我們需要「三角函數」？

只要角度固定，三角形邊長的比例就固定。

這個比例就稱為三角函數。

總共有幾種比例呢？_6_種

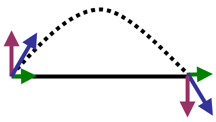
P.8

020202 **重要結果推導**

	物理量	推導關鍵	解題思路	公 式
1	著地時間	位移=向下 H S=－H	【如何解著地時間？】 ①只有第❶、❷公式有 t ②已知v_{oy}=0 及H ③故應選第___2___公式解 t	$-H = O + \frac{1}{2}(-g)t^2$ $\therefore t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$
2	著地速度 v_x	運動的獨立性	x 方向不受力 故做等速度運動	$\therefore v_x = v_0$ 推不出 t
	著地速度 v_y	位移=向下 H S=－H	【如何解 y 方向著地速度？】 ①只有第❶、❸公式有 v ②已知v_{oy}=0 及H ③故應選第_3_公式解v_y	$(-v_y)^2 = {v_{0y}}^2 + 2(-g)(-H)$ $\therefore v_y = \sqrt{2gH}$
	著地速度	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	合速度 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_o^2 + 2gH}$	$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$
3	水平射程	x 方向做-- 等速度運動	【如何解水平射程？】 水平方向作做等速度運動 距離=速度×時間	$R = v_x t$ $= v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$

P.15

020302 斜拋五大物理量的推導

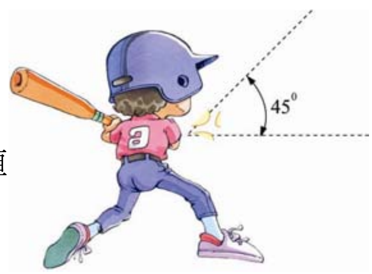
	物理量	推導關鍵	解題思路	公 式
1	最高點時間	$v_y=0$ 注意$v_x=v_0\cos\theta$ $\neq 0$ $v_x=0$	【如何解達最高點時間？】 ①只有第❶、❷公式有 t ②已知最高點速度$v_y=0$ ③故應選第___1__公式解 t	$O=v_0\sin\theta+(-g)t$ $t=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$
2	著地時間	運動的對稱性	【如何解著地時間？】 運動的對稱性	$T=2t=\dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$
3	著地速度	運動的對稱性	【如何解著地速度？】 運動的獨立性$v_x=v_o\cos\theta$ 運動的對稱性$v_y=-v_o\sin\theta$ 運動的對稱性$v=-v_o$	
4	最大高度	$v_y=0$	【如何解最大高度？】 ①只有第❷、❸公式有 S ②已知最高點速度$v_y=0$ ③故應選第__3__公式解 H	$O^2=(v_0\sin\theta)^2=+2(-g)\cdot H$ $\therefore H=\dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$
5	水平射程	x 方向做-- 等速度運動	【如何解水平射程？】 水平距離=水平速度×著地時間	$R=(v_0\cos\theta)T$ $=(v_0\cos\theta)\dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$ $=\dfrac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ $=\dfrac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$

P.16

020303 特殊公式(1):最大水平射程

【三角函數之兩倍角公式】: $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$$R=\frac{2v_o^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\frac{v_o^2\sin 2\theta}{g}$$ 當 θ=45°時，R 有最大值



P.25

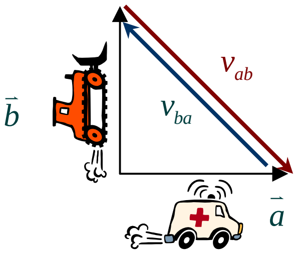
020402 相對運動公式(亦可推廣到平面上的運動)

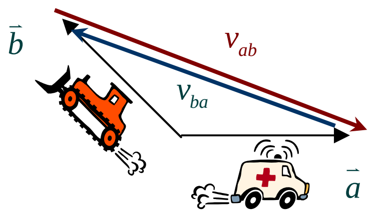
➲公式(1): $\overline{v_{AB}}=\overline{v_A}-\overline{v_B}$ ⇒背^2!!　　【口訣：A 對 B，B 看 A】

➲公式(2): $\overline{v_{AC}}=\overline{v_{AB}}+\overline{v_{BC}}$　　※由 B 劃到 A

➲公式(3): $\overline{v_{AB}}=-\overline{v_{BA}}$

➲公式(4): $\overline{v_{AA}}=\overline{v_A}-\overline{v_A}=0$





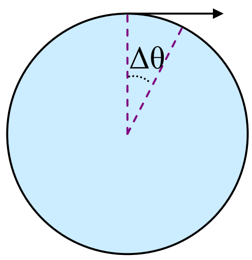
P.33

020504 (3)速率—移動的快慢

1.速率(v)的定義:

(1)單位時間走過的距離＝$\dfrac{\text{距離}}{\text{時間}}=\dfrac{R\Delta\theta}{\Delta t}=R\cdot\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=R\omega$

(2)單位時間走過的距離＝$\dfrac{\text{距離}}{\text{時間}}=\dfrac{\text{一圈的距離}}{\text{一圈的時間}}=\dfrac{2\pi R}{T}$



2.公式代換：

$$V=\frac{\Delta\ell}{\Delta t}$$
$$=\frac{2\pi R}{T}$$
$$=\omega R$$

020505 (4)加速度

1、加速度(a)的定義:單位時間速度的變化量=$\dfrac{\text{速度變化量}}{\text{時間}}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{v\Delta\theta}{\Delta t}=v\omega$

2.方向：當 Δt→0 時 Δθ→0，α→90°，即 a 會垂直 v，表示 a 的方向向圓心。

故，又名「向心加速度」，以a=a$_c$表示。 $\overline{v_{ab}}=\overline{v_a}-\overline{v_b}=a$對$b$

$=b$看a b劃到a

【觀念再加強】：等速率圓周運動的切線加速度=0；

等速率圓周運動的加速度=法線加速度=向心加速度。

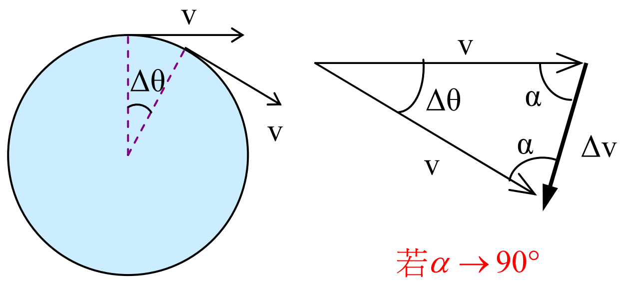
3.公式代換：

$$a=v\omega=\frac{2\pi}{T}v=\frac{2\pi\omega R}{T}$$

$$=\frac{v^2}{R} \qquad [v=\omega R]$$

$$=\frac{4\pi^2R}{T^2} \qquad [v=\frac{2\pi R}{T}]$$

$$=\omega^2R$$



若$\alpha\to 90°$

$\Delta v\perp v$

$\vec{a}\perp\vec{v}$

4.公式整理：

	公　式	適 用 範 圍	備　　註
1	$a=\frac{v^2}{R}$	題目要求速率	適用所有曲線運動
2	$a=\frac{4\pi^2R}{T^2}$	題目要求週期	僅適用等速率圓周運動
3	$a=v\omega=\omega^2R$	題目要求角速度	適用所有曲線運動

5、曲率半徑的意義：等效圓周運動的假想半徑

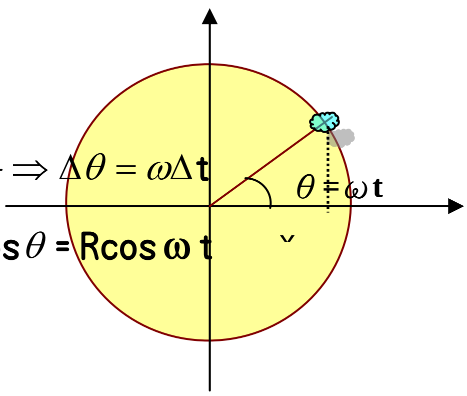
P.42

020602 **SHM 完全攻略(1)一等速率圓周運動投影法**

1、位置向量

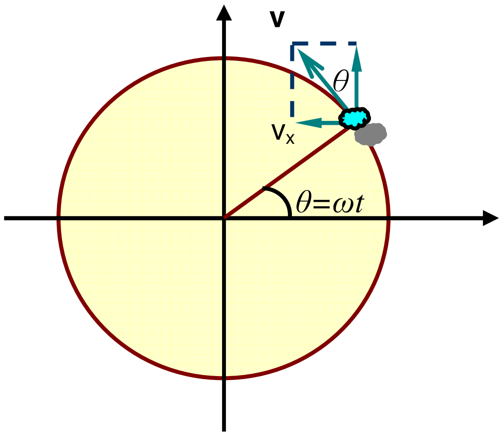
$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\Rightarrow\Delta\theta=\omega\Delta t$$

$$x=R\cos\theta=R\cos\omega t$$



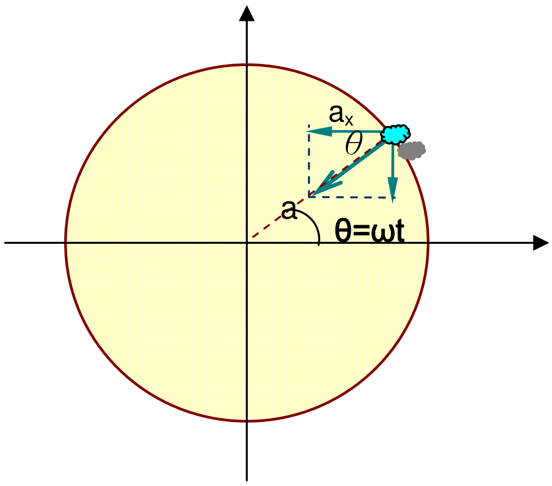
2、速度分量

$$v_x = v\sin\theta$$
$$= \omega R\sin\omega t$$



3、加速度分量

$$a_x = a\cdot\cos\theta$$
$$= \omega^2 R\cos\omega t$$



【證明】: 爲何圓周運動的投影就是簡諧運動呢？如何証明？

$$x = R\cos\theta = R\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = \frac{x}{R}$$

$$a_x = a\cdot\cos\theta = \omega^2 R\cdot\cos\omega t = \omega^2 R\cdot(\frac{x}{R}) = \omega^2\cdot x$$

$$F_x = ma_x = m\cdot(\omega^2 x) = kx$$
$$\left(\text{常數}k = m\cdot\omega^2\right)$$

∴等速率圓周 move 的投影，做 S.H.M.

020608 SHM 完全攻略(2)—三角函數與出發角：

90° 出發座標變 “ – ”

$X = R\cos(\omega t)$

$X = R\cos(\omega t + 30°)$

→由30°出發

順時轉 $\begin{cases} x = R\cos(\omega t + 90°) = -R\sin\omega t \\ x = R\cos(\omega t + 180°) = -R\cos\omega t \\ x = R\cos(\omega t + 270°) = R\sin\omega t \end{cases}$

$X = R\cos(\omega t + \phi)$

ϕ: 起始角

$X = R\cos(\omega t + \phi)$ **逆時"+"**

$X = R\cos(-\omega t + \phi)$ **順時"-"**

右手定則 逆→ 瓶蓋向上

順→ 瓶蓋向下

第二章 詳解

範例 01：

【解答】：(A)(B)(C)(D)

切線加速度，改變的是速度的_大小_；

法線加速度，改變的是速度的_方向_。

反之，速度的__大小___改變，

則必有切線加速度；

速度的_方向_改變，則必有法線加速度。

範例 02：

【解答】：(A)(B)(D)(F)

如果有人說：「全天下的男人沒有一個好東西」。如何證明這句話是對的：一一證明全天下所有的男人都不是好東西

如何證明這句話是錯的：_找出反例___

範例 03：

【解答】：(見解析)

【解析】：

$$\vec{r}(t) = (3t - 4t^2)\vec{i} + (5t^2 + 2t + 1)\vec{j}$$
$$\Rightarrow v(t) = (3 - 8t)\vec{i} + (10t + 2)\vec{j}$$
$$\Rightarrow a(t) = (-8)\vec{i} + (10)\vec{j}$$

範例 04：

【解答】：(1)4i+4j, 2i+4j, 2j(2) t= 1s 時(3) $y = (\frac{x}{2})^2$

【解析】：(1)

$$\vec{r}(t) = (2t)\vec{i} + (t^2)\vec{j}$$
$$\vec{v}(t) = (2)\vec{i} + (2t)\vec{j}$$
$$\vec{a}(t) = (0)\vec{i} + (2)\vec{j}$$
$$\vec{r}(2) = (4)\vec{i} + (4)\vec{j}$$
$$\vec{v}(2) = (2)\vec{i} + (4)\vec{j}$$
$$\vec{a}(2) = (0)\vec{i} + (2)\vec{j}$$

(2) 2=2t　t=1

(3) $\begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 \end{cases} \Rightarrow y = (\frac{x}{2})^2$

範例 05：

【解答】：(E)

【解析】：平拋的基本觀念

(A)甲的水平初速率較大，故水平射程較大，正確

(B)甲的水平初速率較大，初動能較大，鉛直方向增加的動能，甲乙皆相同，故甲的落地動能較大，正確

(C)整個飛行過程中，包括落地前一瞬間，加速度皆為 g，正確

(D)鉛直方向皆做自由落體運動，著地時間相同，正確

(E)鉛直方向皆做自由落體運動，故鉛直方向著地速率相同，故(E)選項錯誤

範例 06：

【解答】：(1)2s (2)10m/S (3)19.6 m/s　(4)20m

【解析】：

$$(1)t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 19.6}{9.8}}=2$$

$$(2)v_x=10$$

$$(3)v_y=\sqrt{2gH}=\sqrt{2\times 9.8\times 19.6}=19.6$$

$$(4)R=10\times 2=20$$

範例 07：

【解答】：90m/s

【解析】：

$$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 4.9}{9.8}}=1$$

$$v=\frac{80+10\times 1}{1}=90$$

範例 08：

【解答】：640m

【解析】：

$$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 1280}{10}}=16$$

$$R=16\times 40=640$$

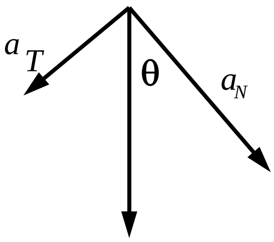
範例 09：

【解答】：(1)5s (2)2.5s (3)2.5s

【解析】：

(1)平拋的水平位移= 25t ；鉛直位移＝ $\frac{1}{2}\times10\times t^2$ 。

$\Rightarrow 25t=\frac{1}{2}\times10\times t^2 \therefore t=5$



(2)平拋的水平速度= 25；

鉛直速度＝(－g) × t＝－g(t)＝－10 t 。

$25=10t \quad \therefore t=\frac{5}{2}$

(3)切線加速度：加速度沿速度方向之分量；

法線加速度：加速度垂直速度方向之分量。

$$\begin{cases} a_T=g\cos\theta \\ a_N=g\sin\theta \end{cases} \Rightarrow g\cos\theta=g\sin\theta \Rightarrow \theta=45^\circ$$

$v_x=v_y$

範例 10：

【解答】：(1)10 (2)10 (3)$\sqrt{2}$ (4)$10\sqrt{2}$

【解析】：

$$y=10-\frac{1}{20}x^2$$

$$y=H-\frac{1}{2}g(\frac{x}{V_0})^2$$

$$H=10 \quad , \frac{1}{20}=\frac{1}{2}\frac{10}{V_0^{\,2}} \Rightarrow V_0=10$$

$$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times10}{10}}=\sqrt{2}$$

$$R=10\sqrt{2}$$

範例 11：

【解答】：(1)1.5s (2)75/4 m

【解析】：

【解法<一>】：軌跡方程式求解

斜率的意義 $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\tan\theta$

過原點的直線方程式 $y=mx$

平拋運動 $\begin{cases} x = v_o t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

平拋的軌跡方程式 $y = -\dfrac{1}{2}\dfrac{g}{{v_o}^2}x^2 = -\dfrac{1}{20}x^2$

$y = mx = \tan\theta\, x = -\dfrac{3}{4}x$

$\begin{cases} y = -\dfrac{1}{20}x^2 \\ y = -\dfrac{3}{4}x \end{cases} \Rightarrow x = 15 = v_x \times t = 10t \Rightarrow t = 1.5$

【解法<二>】：利用斜面之斜率

斜率的意義 $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

平拋運動 $\begin{cases} x = v_o t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

$\dfrac{y}{x} = \Rightarrow \dfrac{-\frac{1}{2}gt^2}{v_o t} = -\dfrac{3}{4} \Rightarrow \dfrac{-\frac{1}{2}10t^2}{10t} = -\dfrac{3}{4} \Rightarrow t = 1.5$

距離＝75/4

範例 12：

【解答】：第 12 階

【解析】：

$\dfrac{y}{x} = \Rightarrow \dfrac{-\frac{1}{2}gt^2}{v_o t} = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{-\frac{1}{2}10t^2}{5t} = -\dfrac{3}{4} \Rightarrow t = \dfrac{2}{3}$

$x = 5t = \dfrac{10}{3}m = 3.33m = 333cm$

$\dfrac{333}{30} = 11.1$

$11 + 1 = 12$

範例 13：

【解答】：(B)

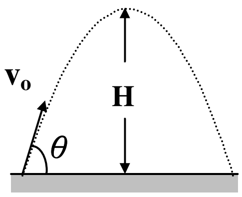
【解析】：(A)不一定。需初速相同　(C)不一定。題目條件不足　(D)不可能　(E)不可能，在軌跡之交點，A 與 C 處於不同時刻點。

範例 14：

【解答】：(A)

【解析】：

【解法<一>】：斜拋物理量



$$\begin{cases} H=\dfrac{v_o^2\sin^2\theta}{2g} \\ R=\dfrac{2v_o^2\sin\theta\cos\theta}{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{R}=\frac{1}{4}\tan\theta=1$$

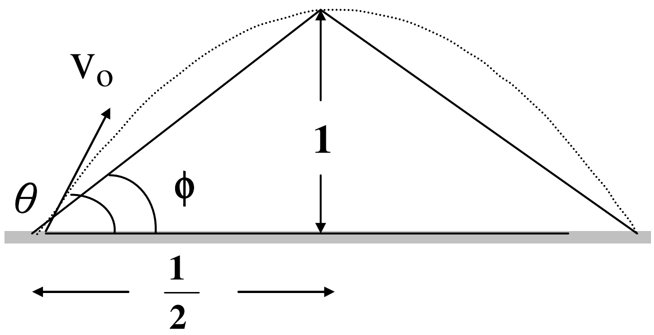
$$\tan\theta=4$$

【解法<二>】：

$$\tan\varphi=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$$

$$\theta>\varphi$$

$$\therefore \tan\theta>\tan\varphi=2$$



範例 15：

【解答】：(1)2s (2)19.6 m/s (3)30 度 (4) $19.6\sqrt{3}$

【解析】：

$$(1)\,T=\frac{2v_0\sin\theta}{g}=\frac{2\times 19.6\times\sin 30°}{9.8}=2$$

(2)(3)由運動對稱性可知：

著地速度爲 19.6m/s

俯角爲 30 度

$$(4)\,R=v_0\cos\theta\cdot T=19.6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2$$

範例 16：

【解答】：(1)4s　(2) $19.6\sqrt{3}$ m/s　(3)60 度　(4) $39.2\sqrt{3}$ m

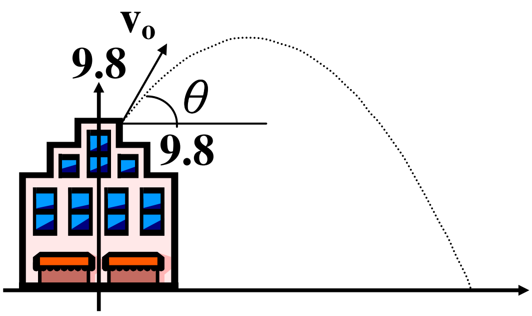
【解析】：(1)

$$-39.2=+9.8t-\frac{1}{2}9.8t^2$$

$$t^2-2t-8=0$$

$$(t-4)(t+2)=0$$

$$t=4$$



(2)

$$v_y=v_0\sin\theta-gt$$

$$=9.8-9.8\times4=-9.8\times3$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(9.8\sqrt{3})^2+(-9.8\times3)^2}$$

$$=9.8\times2\sqrt{3}=19.6\sqrt{3}$$

(3) $\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\theta=60^\circ$

(4) $9.8\sqrt{3}\times4=39.2\sqrt{3}$

範例 17：

【解答】：80 m

【解析】：

$$-65=20\times\sin37°\times t-\frac{1}{2}\times10\times t^2$$

$$5t^2-12t-65=0$$

$$(5t+13)(t-5)=0\Rightarrow t=5$$

$$R=20\cos37°\times5=80$$

範例 18：

【解答】：(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}v_0$　(2) $H=\frac{v_o^2}{4g}$

【解析】：(1) 從斜拋的特性與題意，可以得到兩大線索→

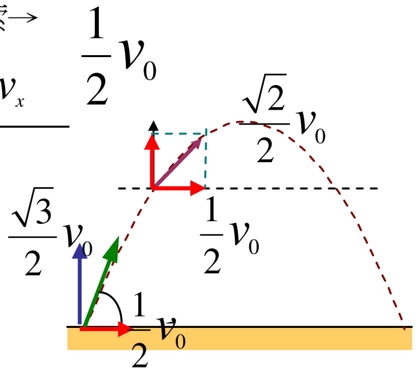
①水平方向做 等速度 運動

②速度與水平夾 45°，表示 $v_y=\frac{1}{2}v_0=v_x$

(2) 要算距地高度，選擇運動學第 3 公式

$$(\frac{1}{2}v_o)^2=(\frac{\sqrt{3}}{2}v_o)^2+2(-g)H$$

$$H=\frac{v_o^2}{4g}$$



範例 19：

【解答】：(B)

【解析】：②從『運動的對稱性』，可以判斷同高度之下走的 t=2 秒

【開著也是開著】：

(1)鉛直方向的初速度爲何? 2.5g

(2)最大高度爲？25g/8

(1)$v_y = gt = g2.5$

(2)H=$\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g2.5^2$

【大家來吐槽】：作事豈可半途而廢？爲啥麼不乾脆也把水平射程與 x 方向的初速度算出來呢？

條件不足～

範例 20：

【解答】：(1) t_1+t_2 (2) $\frac{1}{2}g(\frac{t_1+t_2}{2})^2$ (3)$\frac{1}{2}gt_1t_2$

【解析】：(1) t_1+t_2

(2) H=$\frac{1}{2}g(\frac{t_1+t_2}{2})^2$

(3) $h = \frac{1}{2}g(\frac{t_2-t_1}{2})^2$

$$x = H - h$$
$$= \frac{1}{2}g(\frac{t_2+t_1}{2})^2 - \frac{1}{2}g(\frac{t_2-t_1}{2})^2$$
$$= \frac{1}{2}gt_1t_2$$

範例 21：

【解答】：(1)10 (2)1.2 (3)9.6 (4)1.8

【解析】：

$$5x^2 - 48x + 64y = 0$$
$$y = \frac{48}{64}x - \frac{5}{64}x^2$$

(1)

比較係數

$$\tan\theta = \frac{48}{64} = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 37^o$$
$$\frac{g}{2v_o^2\cos^2\theta} = \frac{5}{64} \Rightarrow v_o = 10$$

(2)

$$0 = v_o \sin\theta - gt \Rightarrow t = \frac{v_o \sin\theta}{g}$$

$$T = \frac{2v_o \sin 37^o}{g} = \frac{2\times10\times0.6}{10}$$
$$=1.2$$

(3)

$$R = 10\cos 37^o \times T$$
$$=10\times0.8\times1.2$$
$$=9.6$$

(4)

$$H = \frac{1}{2}\times g(\frac{T}{2})^2$$
$$=\frac{1}{2}\times10\times0.6^2 = 1.8$$

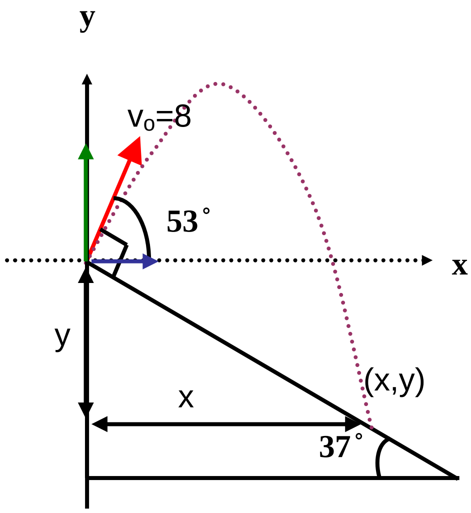
範例 22：

【解答】：(1)2s (2)12

【解法<一>】：軌跡方程式

(略，見講義)

【解法<二>】：利用斜面之斜率



$$\frac{y}{x} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{8\sin 53^o t - \frac{1}{2}gt^2}{8\cos 53^o t} = -\frac{3}{4}$$

t=2

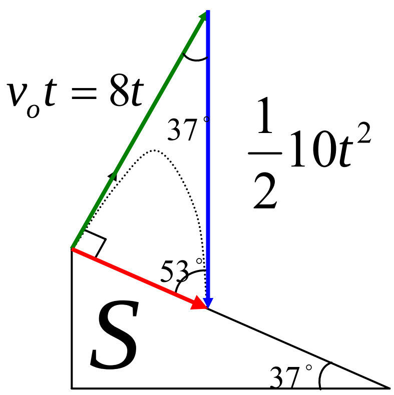
x=9.6，R=12

【解法<三>】：向量化運動學第二公式

$$S = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$S_x = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2;\quad S_y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$\vec{S} = \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$



$$\frac{\frac{1}{2}10t^2}{8t} = \frac{5}{4} \Rightarrow t = 2$$

範例 23：

【解答】：45 度

【解析】：(略，見講義)

範例 24：

【解答】：1. $2v_0t$　2. $v_o \cdot t$　3. $\sqrt{2}v_o \cdot t$

你有，我有，就等於大家都沒有！

A __g__ 有，B 有 __g__ ，就等於 A、B 都沒有加速度。

即，A、B 的相對加速度=__0__，表示 A 看 B 做 __等速__ 運動

【解法一】：相對速度 $2v_0$ ， 故t時間後相距 $2v_0t$

【解法二】：$S_A=+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$　$S_B=-v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

距離差 $= S_A-S_B = 2v_0t$

2. $s_{AB} = v_o \cdot t$

3. $s_{AB} = \sqrt{2}v_o \cdot t$

範例 25：

【解答】：$\sqrt{gH}$

【解析】：

$$\mathbf{V'} = \mathbf{V_0}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}H}{V_0} = t \le \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\therefore V_0 \ge \sqrt{gH}$$

範例 26：

【解答】：(1) $h \cdot \cos\theta$　(2) $\frac{h\cos\theta}{V_0}$

【解析】：距$=h \cdot \cos\theta$ (視 A= 0 m/s)

$$\therefore t = \frac{h\cos\theta}{V_0}$$

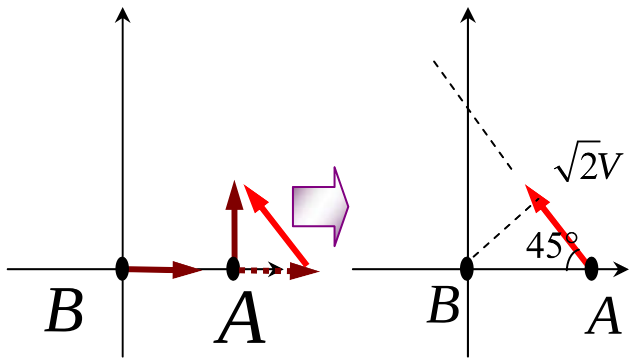
範例 27：

【解答】：(1)$d\sin 45°$　　(2) $\dfrac{d\sin 45°}{\sqrt{2}v}$

【解析】：

(1) $d\sin\theta = d\sin 45°$

(2) $t=\dfrac{d\sin 45°}{\sqrt{2}v}$



範例 28：

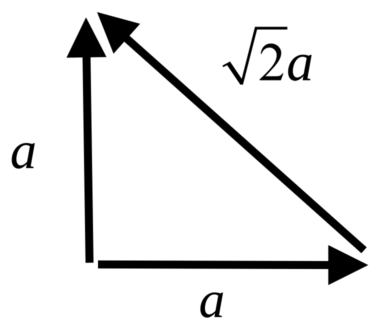
【解答】：$2\sqrt{2}$

【解析】：

利用相對運動來看，兩者間會做何種運動呢？

兩者的相對速度V_{AB}=0，但相對加速度a_{AB}=_____ $\sqrt{2}a$ __，

故 A 看 B 作等加速度運動。



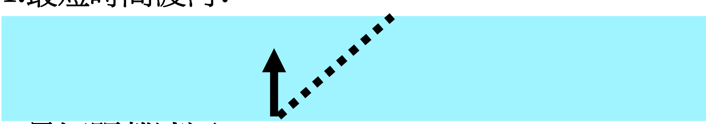
$$S_{AB} = V_{AB}\cdot t + \frac{1}{2}a_{AB}t^2$$

$$= \frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2^2 = 2\sqrt{2}$$

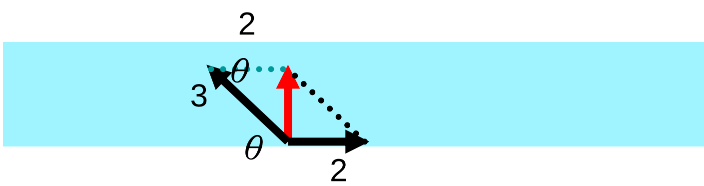
渡船問題

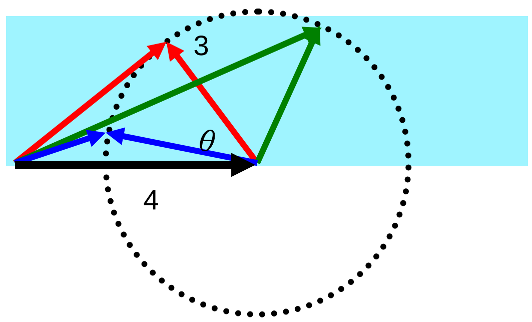
【解答】：(1)　$\cot^{-1}\dfrac{2}{3}$　　(2) $\cot^{-1}\dfrac{3}{4}$

1.最短時間渡河?



2.最短距離渡河?





範例 29：

【解答】：(A)

【解析】：假設經 T 時間後，兩人相遇，乙比甲多走一圈：

$$\frac{T}{T_2}-\frac{T}{T_1}=1\Rightarrow T=\frac{T_1T_2}{T_1-T_2}$$

範例 30：

【解答】：(A)

【解析】：假設經 T 時間後，兩人相遇，甲與乙合跑一圈

$$\frac{T}{T_2}+\frac{T}{T_1}=1\Rightarrow T=\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$$

範例 31：

【解答】：(B)

【解析】：

$$\frac{T}{2}-\frac{T}{7}=1\Rightarrow T=2.8=2+0.8$$

$$360^o\times\frac{0.8}{2}=144^o$$

$$360^o\times\frac{2.8}{7}=144^o$$

【物理解法】：

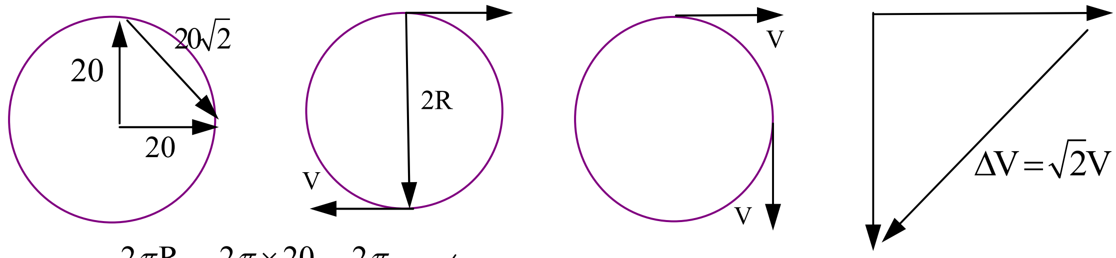
$T_{甲}$：$T_{乙}$ ＝2：7　故 $\omega_{甲}$：$\omega_{乙}$ ＝7：2

範例 32：

【解答】： **1.** $\frac{2\pi}{3}$　**2.** $\frac{\pi^2}{45}$　**3.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　4. $\frac{2}{3}\pi$　5. $\frac{2\sqrt{2}}{45}\pi$　6. $\frac{4}{3}$

7. $\frac{2}{45}\pi$

【解析】：



1. $V=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi\times20}{60}=\frac{2\pi}{3}\,{cm}/{s^2}$

2.

$$a=\frac{V^2}{R}=\frac{(\frac{2}{3}\pi)^2}{20}$$

$$=\frac{4\pi^2}{180}=\frac{\pi^2}{45}\,{cm}/{s^2}$$

3 . $V=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{20\sqrt{2}}{15}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$

4. $V=\frac{\Delta\ell}{\Delta t}=\frac{20\times\frac{\pi}{2}}{15}=\frac{2}{3}\pi\quad {cm}/{s}$

5. $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}v}{15}=\frac{\sqrt{2}\cdot\frac{2}{3}\pi}{15}=\frac{2\sqrt{2}}{45}\pi$

6. $V=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{2R}{30}=\frac{2\times20}{30}=\frac{4}{3}$

7. $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{2v}{30}=\frac{2\cdot\frac{2}{3}\pi}{30}=\frac{2}{45}\pi$

範例 33：
【解答】：(1)8　(2)2　(3)1/2
【解析】：

$$a=\frac{V^2}{R}=\frac{4\pi^2R}{T^2}=R\omega^2$$

$$(1)\frac{a_1}{a_2}=\frac{2\times2^2}{1\times1^2}=\frac{8}{1}$$

$$(2)\frac{a_1}{a_2}=\frac{{2^2}/{2}}{{1^2}/{1}}=\frac{2}{1}$$

$$(3)\frac{a_1}{a_2}=\frac{{2}/{2^2}}{{1}/{1^2}}=\frac{1}{2}$$

範例 34：

【解答】：(A)

【試題分析】：基本題，考圓周運動的向心加速度與相對加速度的運算。

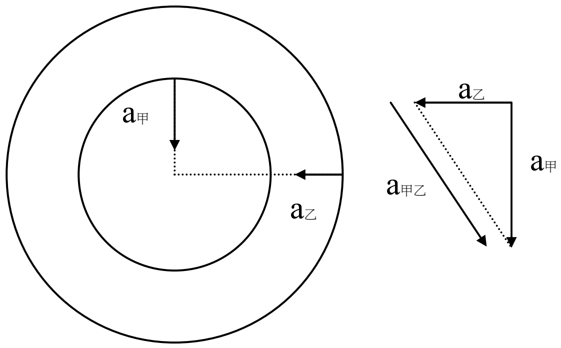
【解析】：兩質點作等速率圓周運動，故加速度為向心加速度。

只考慮量值，就是斜邊長，利用畢式定理。

向心加速度分別是

$$a_{甲} = \frac{v^2}{a} \quad 、\quad a_{乙} = \frac{v^2}{b}$$

$$a = \sqrt{a_{甲}^2 + a_{乙}^2} = \frac{v^2\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$$



範例 35：

【解答】：(1) $\frac{2a}{\pi}$ (2) $\frac{3V}{\pi}$ (3) $\frac{3a}{\pi}$

【解析】：

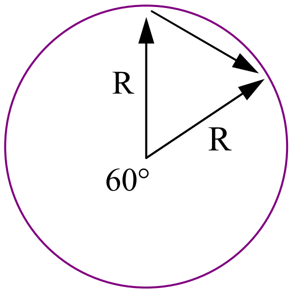
$$(1)\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v}{\frac{1}{2}T} = 4\frac{V}{T}$$

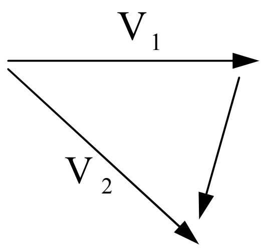
$$= 4 \cdot \frac{a}{2\pi} = \frac{2a}{\pi}$$

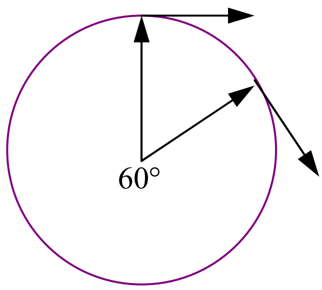
$$a = \frac{2\pi V}{T} \qquad V = \frac{2\pi R}{T}$$

$$(2)\ V = \frac{\Delta X}{\frac{T}{6}} = \frac{R}{\frac{T}{6}} = \frac{6R}{T}$$

$$= 6\frac{V}{2\pi} = \frac{3V}{\pi}$$







$$V_{21}=V_2\text{-}V_1$$
$$=\Delta V=V$$

$$(3)\ a=\frac{\Delta V}{\Delta T}=\frac{V}{\frac{1}{6}T}=6\frac{V}{T}$$
$$=6\frac{a}{2\pi}=\frac{3a}{\pi}$$

範例 36：

【解答】：$\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{1}{\cos^3\theta}$

【解析】：

$$a_N=\frac{V^2}{R}$$

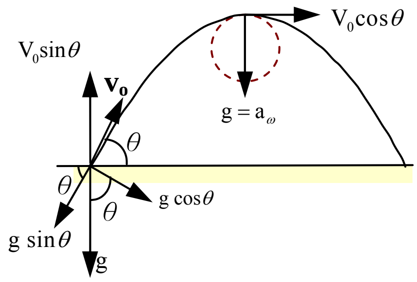
對圓周運動，R 是半徑；對於曲線運動 R 則稱曲率半徑。

最高點 ：$a_N=g=\frac{(V_0\cos\theta)^2}{R_{min}}$

$$\therefore R_{min}=\frac{v_0^{\ 2}\cos^2\theta}{g}$$

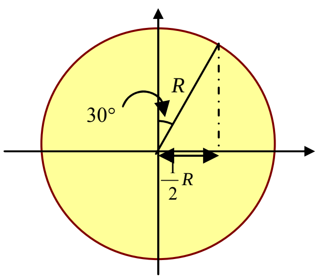
拋出點 ：$a_N=g\cos\theta=\frac{V_0^{\ 2}}{R_{max}}$

$$\therefore R_{max}=\frac{V_0^{\ 2}}{g\cos\theta}$$



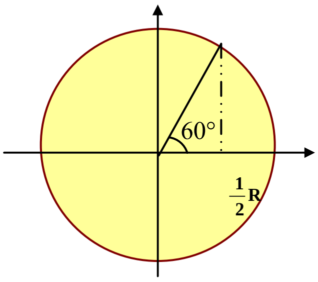
範例 37：

【解析】



$$30°\xrightarrow{\text{走}}\frac{30}{360}T=\frac{1}{12}T+nT$$

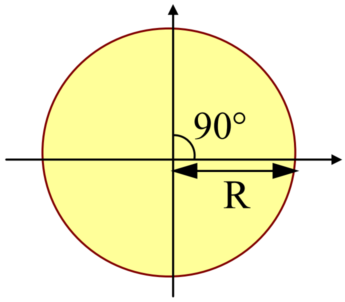
$$\frac{T}{12}+(\frac{T}{6}\times 2)=\frac{5}{12}T\ (\text{回來})+nT$$



$$60° \xrightarrow{走} \frac{60}{360}T = \frac{1}{6}T + nT$$

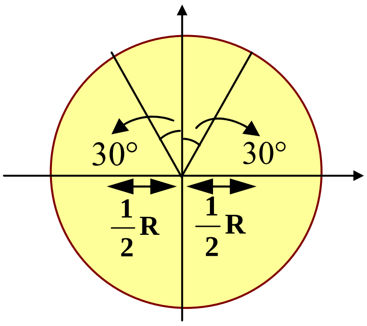
$$90° \rightarrow \frac{1}{4}T + nT$$

$$\left(\frac{1}{12}T + \frac{1}{6}T = \frac{1+2}{12}T = \frac{1}{4}T\right)$$

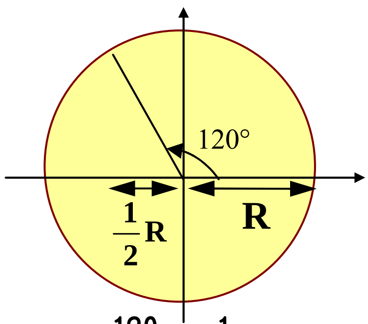


範例 38：

【解析】：



$$\frac{60}{360}T = \frac{1}{6}T$$



$$\frac{120}{360}T = \frac{1}{3}T$$

範例 39：

【解答】：速度$\frac{2\pi R}{T}$，加速度$\frac{2\pi^2 R}{T^2}$

【解析】：

$$V_x = V\cos 30° = V\sin 60°$$

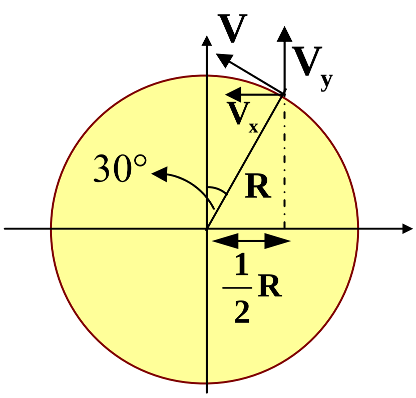
$$V_y = V\sin 30°$$

$$\therefore V_x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\pi R}{T}$$

$$a_x = a\cos 60° = a\sin 30°$$

$$= \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$= \frac{2\pi^2 R}{T^2}$$



$F = K \cdot X = m \cdot a$

$\therefore a \propto x$(**位移**)

$(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 = 1$

範例 40：

【解答】：速度$\frac{8\pi R}{5T}$，加速度$\frac{12\pi^2 R}{5T^2}$

【解析】：

$X = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}R$

$V_X = V\cos 37° = V\sin 53°$

$= \frac{4}{5}V = \frac{4}{5} \cdot \frac{2\pi R}{T}$

$a_X = a\cos 53° = a \cdot \frac{3}{5}$

$= \frac{3}{5} \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2}$

$(\frac{4}{5})^2 + (\frac{3}{5})^2 = 1$

範例 41：

【解答】：(1)6m (2)18π m/s (3)$54\pi^2$ m/s^2 (4)2/3 秒

【解析】：(1) $X = 6\cos(3\pi t)$

$= R \cdot \cos\omega t$

$\therefore R = 6 \quad \omega = 3\pi$

SHM 的 V_{max}

=等速率圓周運動切線速率

(2)$V = \omega R = (3\pi) \cdot 6$

$= 18\pi$

(3)$a = \omega^2 R = (9\pi^2) \cdot 6$

$= 54\pi^2$

SHM的a_{max} = 等速率圓週運動的a_c

(4)$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$

範例 42：
【解答】：(1)0.0625　(2)0.0625
【解析】：

(1) (t) = 0.25cos(0.5t)

R　　　ω

$X = R\cos\omega t$

$a = \omega^2 R = (\frac{1}{4})(0.5)^2$

$= \frac{1}{16} = 0.0625 \, cm/s^2$

(2) $a = \omega^2 R = (0.5)^2 \times 0.25$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$= 0.0625 \, cm/s^2$

範例 43：
【解答】：(1)5m　(2)π　(3)10
【解析】：

(1)$R = 5m$

(2)$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi$

(3)$V = \omega R = 2 \times 5 = 10 \, m/s$

$(\frac{4}{R})^2 + (\frac{6}{\omega R})^2 = 1$

$(\frac{3}{R})^2 + (\frac{8}{\omega R})^2 = 1$

$\therefore R = 5 \quad \omega R = 10$

$\rightarrow \quad \therefore \omega = 2$