

11-1 理想氣體方程式

Here 命題焦點(一)：理想氣體的觀念

110101  理想氣體與真實氣體的比較：

條件	真實氣體	理想氣體
1	分子本身占有(微觀的)體積	分子本身不占有體積，但有質量，視爲一質點
2	分子間有作用力	分子間無作用力
3	分子爲非彈性碰撞	分子爲彈性碰撞
4	運動路徑爲曲線	運動路徑爲直線
5	不完全遵守 $PV=nRT$	完全遵守 $PV=nRT$

【腦力激盪】：爲何理想氣體的運動路徑爲直線？因爲，分子間_____作用力，物體不受力，就會作等速度運動。

【備註(1)】：氣體的體積是指氣體分子的活動空間，與個數、溫度、壓力無關



(88推甄)有一容量爲V的密閉鋼製容器，其中盛有質量爲M的某種氣體。如將容器中的氣體抽掉一半，使氣體質量降爲M/2，則密閉容器中剩下的氣體體積最後會是多大? (A) 比V/2小 (B) V/2 (C) 比V/2大，但比V小 (D) V (E) 2V

【備註(2)】：理想氣體分子間無作用力→沒有位能，故，理想氣體的總能=動能。
(物體之間有作用力，才能討論做功，也能討論位能的變化量)

【位能的觀念】：

若物體之間有作用力，移動物體就需要施外力

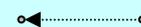
→就會對該物體做功

→移動物體所作的最少的功=物體增加的位能

理想氣體分子之間無作用力，移動物體就不需要施外力

→就不會對該物體做功

→移動物體所作的最少的功=物體增加的位能=0



110102 

理想與現實的差距——理想氣體方程式的哲學基礎：



O₂、H₂、N₂、He、...
 你知道那些氣體
 會遵守PV=nRT
 嗎？_____

氣體種類	莫耳數	體積	溫度	壓力
H ₂	1	1	273K	22.7536
He	1	1	273K	22.8789
O ₂	1	1	273K	21.7620
CO ₂	1	1	273K	19.7918
H ₂ O	1	1	273K	17.6260
理想氣體	1	1	273K	22.386 ≈ 22.4

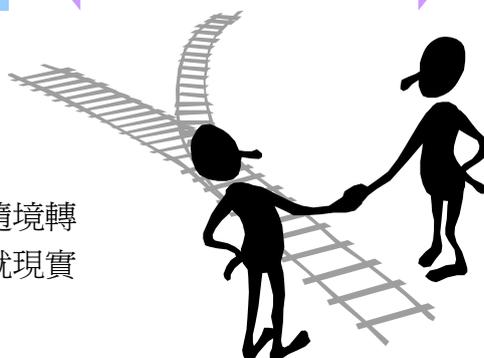
真實氣體在
 _____溫_____壓下，
 趨近於理想氣體的行為

真實氣體方程式

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$



【我思故我在】：
 心能轉境 vs 心隨境轉
 堅持理想 vs 遷就現實



【思考問題】：為何在高溫、低壓下，真實氣體的行為會趨近於理想氣體呢？
 因為，高溫下(速率快)，分子間力的作用時間短，力的影響小
 低壓下(數量少)，分子間距離遠，故力的影響小

110103



範例 01

- (73 日大、71 日大、綜合)對於理想氣體，下列敘述中有那些是正確的？
- (A)分子間的電磁交互作用不能忽略 (B)分子間的萬有引力不能忽略
 (C)氣體的壓力是由分子與容器器壁的碰撞而產生
 (D)氣體主要的壓力來源是氣體的重量所產生的
 (E)分子朝各方向運動的機率都相同
 (F)氣體分子中有 1/3 是沿著 x 軸之方向運動、1/3 是沿 y 軸、1/3 是沿 z 軸
 (G)在容器正中央的分子速率較大 (H)與器壁碰撞前，運動路徑為直線
 (I)分子的大小不能被忽略 (J)分子本身不佔有體積，故沒有質量
 (K)與器壁之碰撞可能產生能量的耗損 (L)無法被液化與固化
 (M)完全遵守 $PV=nRT$ 、波以耳定律、查理定律

- (A)(B)理想氣體分子間沒有作用力
 (C)(D)理想氣體的壓力是碰撞產生，大氣壓力是由氣體重量所造成(液體壓力亦是由液體重量所造成)
 (E)(F)分子均勻的朝四面八方運動，但四面八方不只是 x、y、z 三方向而已！
 (一般化學在做氣體動力論的推導時，常做此假設！)
 (G)(H)分子間沒有作用力，故作等速度運動，運動路徑亦為直線
 (I)(J)理想氣體分子體積=0，但有質量
 (K)與器壁之碰撞為彈性碰撞，沒有能量的耗損
 (L)分子間無作用力，故無液體與固體
 (M)真實氣體不會遵守 $PV=nRT$ ，理想氣體才會遵守 $PV=nRT$ 。

110104



範例 02

- (72 日大)有一每邊長為 10 米之容器，內盛由質量數量級為 10^{-26} 公斤的分子所構成之理想氣體，在 300K 時，容器的上下兩面，由於重力場引起之壓力差，與容器內平均壓力之比值的數量級為(A) 10^{-12} (B) 10^{-10} (C) 10^{-6} (D) 10^{-8} (E) 10^{-4}

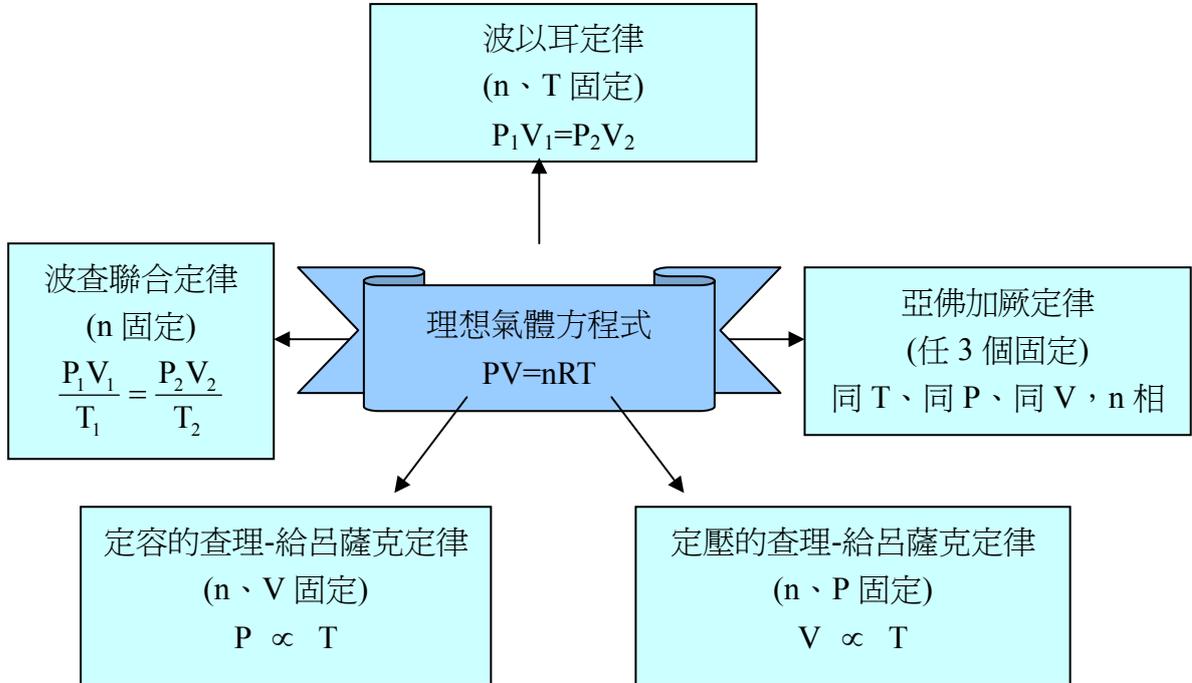
$$\text{由碰撞產生的壓力 } P_{\text{碰}} = \frac{NkT}{V} = N \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{10^3} \cong N \times 4 \times 10^{-24} \text{ N/m}^2$$

$$\text{由重量所造成的壓力 } P_{\text{重}} = \frac{W}{A} = \frac{Nmg}{A} = N \frac{10^{-26} \times 9.8}{10^2} \cong N \times 10^{-27} \text{ N/m}^2$$

$$\frac{P_{\text{碰}}}{P_{\text{重}}} \cong 4 \times 10^3 \approx 10^4 \quad \text{故} \quad \frac{P_{\text{重}}}{P_{\text{碰}}} \cong 10^{-4}$$

Here 命題焦點(二)：理想氣體方程式

110105  理想氣體方程式的相關定律：



110106  理想氣體方程式-----物理 vs 化學：

	意義	物理單位	化學單位
P	壓力	N/m ² 牛頓/平方公尺	atm 大氣壓
		【換算】：1 atm = 1.013×10 ⁵ N/m ²	
V	體積	m ³ 立方公尺	V 公升
		【換算】：1 m ³ = 1000 公升	
n	莫耳數	mol 莫耳	mol 莫耳
R	理想氣體常數	8.314510	0.08214
T	溫度	K 絕對溫度	K 絕對溫度
M	分子量	M 公斤	M 公克

※特別注意！！物理用的是標準單位，但化學用的不是標準單位！

【腦力激盪】：0.08214 與 8.314 ，若只看數字大小，怎麼有點像呢？

110107  巨觀與微觀：

巨觀	微觀
各個分子匯聚而成的具體表現	單一一個分子的表現
壓力、體積	質量、速度
由分子觀點來研究物質的巨觀性質，需藉助「機率」和「平均」，由此發展出物理的統計力學。	

110108  巨觀物理量與微觀物理量：

	巨觀物理量	微觀物理量
分子數目	n (莫耳數)	N (個數)
互換	$\frac{N}{6.02 \times 10^{23}} = n ; n \times (6.02 \times 10^{23}) = N$	
質量	M (分子量=1 莫耳分子的質量)	m (一個分子的質量)
互換	$\frac{M}{6.02 \times 10^{23}} = m ; m \times (6.02 \times 10^{23}) = M$	
壓力	P	None
體積	V	None
常數	R 理想氣體常數 R=8.314	k：波茲曼常數 (微觀的理想氣體常數) $k = \frac{8.314}{6 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23}$
互換	$\frac{R}{6.02 \times 10^{23}} = k = \frac{8.314}{6 \times 10^{23}} ; k \times (6.02 \times 10^{23}) = R$ $N_0 = 6.0221353 \times 10^{23}$	
理想氣體 方程式	PV=nRT	PV=NkT
平均能量		
方均根 速率		

110109

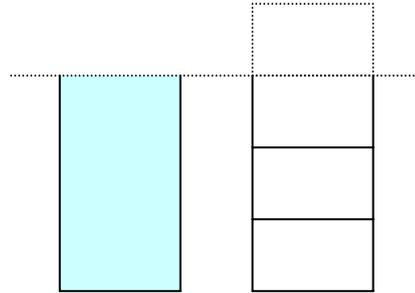


範例 03

(66 日大)燒瓶內盛有氣體，壓力為 1 大氣壓，溫度為 27°C ，將將燒瓶加熱至 127°C ，並維持瓶內壓力為 1 大氣壓，則逸出瓶外的氣體佔原有氣體的幾分之幾？

解題思路

溫度由 300K 變為 400K，溫度變為 $\frac{4}{3}$ 倍，壓力不變，故體積亦變為 $\frac{4}{3}$ 倍。很多人的直覺是有 $\frac{1}{3}$ 溢出，這是錯的，想一想，為什麼？



【牛刀小試】：

1. 燒瓶內盛有氣體，壓力為 1 大氣壓，溫度為 27°C ，將將燒瓶加熱至 227°C ，並維持瓶內壓力為 1 大氣壓，則逸出瓶外的氣體佔原有氣體的幾分之幾？【2/5】
2. 燒瓶內盛有氣體，壓力為 1 大氣壓，溫度為 27°C ，將將燒瓶加熱至 427°C ，並維持瓶內壓力為 1 大氣壓，則逸出瓶外的氣體佔原有氣體的幾分之幾？【4/7】
3. 燒瓶內盛有氣體，壓力為 1 大氣壓，溫度為 27°C ，將將燒瓶加熱至幾度 $^{\circ}\text{C}$ 時，逸出瓶外的氣體佔原有氣體的五分之一？【 102°C 】

範例 04

110110



(88 日大)一氣缸中裝有 3 莫耳之理想氣體，設活塞與氣缸壁間之摩擦可以略去，氣體之起始溫度為 300K，體積為 0.45m^3 。今再將 1 莫耳的同種理想氣體緩緩灌入氣缸，並將其溫度冷卻至 250K。設氣缸外之壓力維持不變，則最後平衡時，氣缸中氣體的體積為(A) 0.30m^3 (B) 0.40m^3 (C) 0.50m^3 (D) 0.60m^3 (E) 0.75m^3

- 1°：初狀態的(壓力、體積、莫耳數、溫度)分別為
 2°：末狀態的(壓力、體積、莫耳數、溫度)分別為
 分別代入理想氣體方程式

【牛刀小試】：一氣缸中裝有 3 莫耳之理想氣體，設活塞與氣缸壁間之摩擦可以略去，氣體之起始溫度為 300K，體積為 0.45m^3 。今再將 2 莫耳的同種理想氣體緩緩灌入氣缸，並將其溫度冷卻至 200K。設氣缸外之壓力維持不變，則最後平衡時，氣缸中氣體的體積為_____ m^3 。【0.5】

範例 05

110111



(70 日大)在湖底 1 克的氫氣氣泡(理想氣體)在 27°C 時之體積為 5.6×10^3 立方厘米, 則湖之深度約為 (A)12.4 米 (B)22.7 米 (C)34.3 米 (D)36.4 米 (E)44.8 米

【牛刀小試】: 在湖底 1 克的氫氣氣泡(理想氣體)在 27°C 時之體積為 4×10^3 立方厘米, 則湖之深度約為幾公尺? **【20m】**

範例 06

110112



(68 日大)某房子之長、寬、高各為 8 公尺、5 公尺及 3 公尺。在一大氣壓, 溫度 27°C 時, 房子裏之空氣其質量約為
(A)77 千克 (B)140 千克 (C)308 千克 (D)770 千克 (E)1540 千克 **【B】**

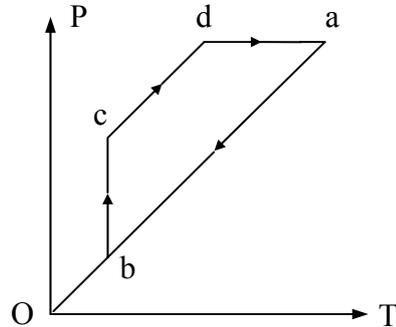
【牛刀小試】: 當壓力降至 10^{-14} 大氣壓時, 若溫度為 27°C , 則每立方公尺仍有若干分子數? **【 2.5×10^{11} 】**

範例 07

110113

(82 日大)一定質量之理想氣體在 P-T(壓力-絕對溫度)圖上,由狀態 a 經圖中所示之過程再回到原狀態。圖中 ab 平行於 cd, 且 ab 之延長線通過原點。下列敘述何者正確?

- (A)a 到 b 之過程中體積不變
- (B)b 到 c 之等溫過程中體積減少
- (C)c 到 d 之過程中體積不變
- (D)d 到 a 之等壓過程中體積增加
- (E)狀態 c 之體積最小

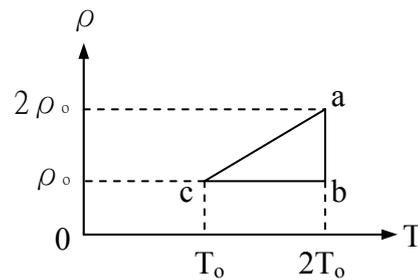


範例 08

110114

(86 日大)右圖中 a、b、c 為某一理想氣體的三個狀態。其中 ρ 為密度, T 為絕對溫度; 若質量固定, 則下列敘述何者為正確?

- (A)狀態 b 與狀態 c 的體積相同
- (B)狀態 a 的體積是狀態 b 體積的兩倍
- (C)狀態 a 的壓力是狀態 b 壓力的兩倍
- (D)狀態 b 的壓力是狀態 c 壓力的兩倍
- (E)狀態 a 與狀態 c 的分子平均動能相同



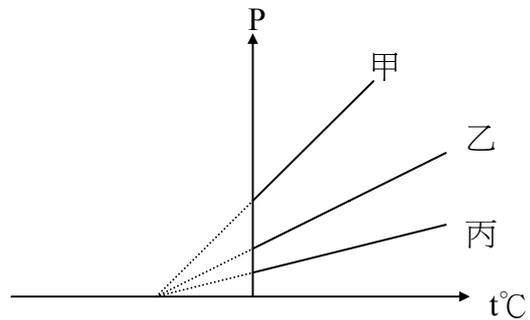
範例 09

110115



右圖為同一容器，填充不同量的氮氣，所得的壓力溫度關係圖，則：

- (1)甲、乙、丙三條線，相交於_____°C
- (2)氣體莫耳數之大小關係為？



範例 10

110116



(72 日大)(1)一開口容器內有氣體，質量為 M_0 ，其絕對溫度為 T_0 。今氣體溫度昇至 T_1 ，則該氣體逸出多少質量?(假定器外的溫度和壓力一直不變)

(2)一氣球，質量為 90 公斤，容積為 500 立方公尺，底部有一開口通於大氣，兼便對球內空氣加熱(這種氣球俗稱熱氣球。今假定，加熱時球外空氣的溫度、壓力，以及氣球容積均不變)。在 0°C 1 大氣壓時，空氣密度為 $1.3 \text{ 公斤}/(\text{公尺})^3$ 。

此時球內空氣有多少公斤?球外空氣所形成的浮力有多少公斤重?

(3)若欲使體重為 60 公斤的人昇空，則球內空氣應逐出多少公斤?此時球內空氣應由 0°C 加熱至攝氏幾度?(假設大氣為 0°C)

解答：(1) $M_0(1 - \frac{T_0}{T_1})$ (2)650 公斤； 650 公斤重 (3)150 公斤； 82°C

