

Here 牛頓三大定律→第二定律→(5)動滑輪

040226 兩滑輪的加速度關係

本質上仍是力學分析三步驟：分別對物體做力學分析，列方程式。除了連接動滑輪之繩張力為 2 倍外，動滑輪最大的難點在於找出物體加速度之關係！

【解題關鍵(1)】：

假設動滑輪走了 x 的距離，自己重新畫一下動滑輪的位置，然後找出增加的繩子從何處來？找出它們的加速度關係！

【解題關鍵(2)】：

從運動學第二公式，從靜止開始運動，加速度與與位移之關係為何？ 套入上面的分析，就可找出加速度之關係！

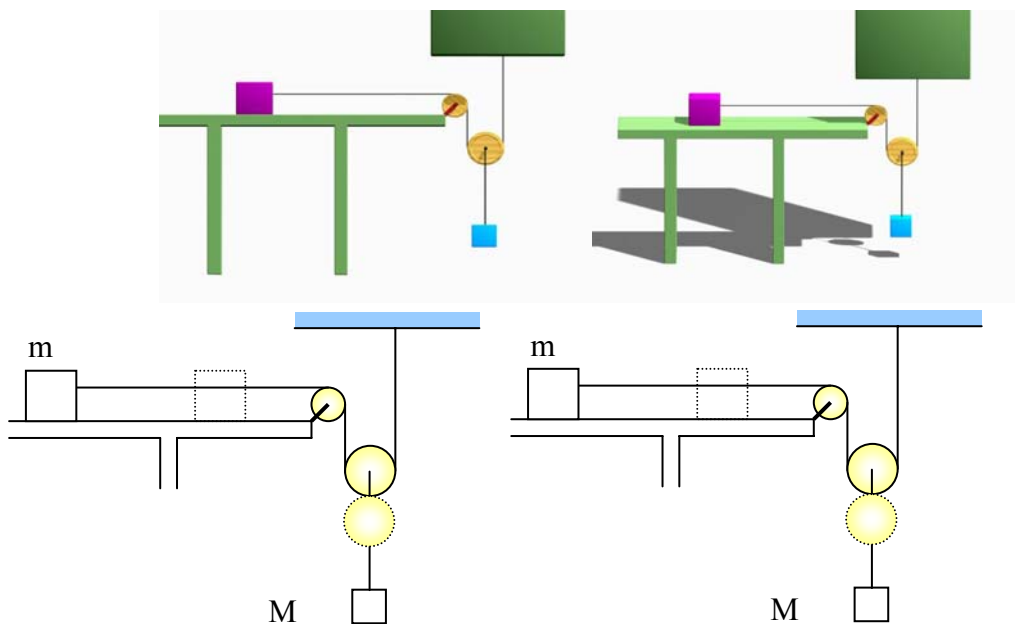
【剩下的工作就是標準的力學分析，開始列方程式囉！】



範例 21

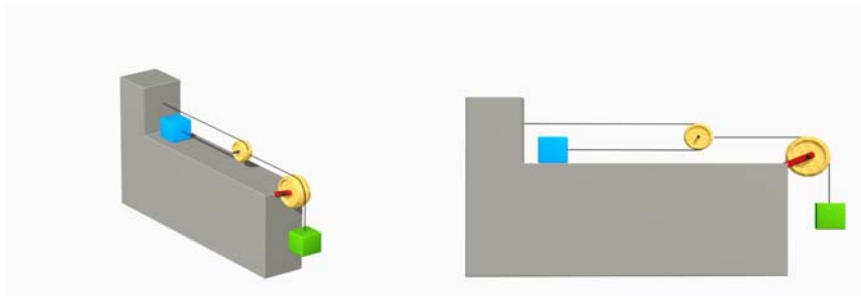
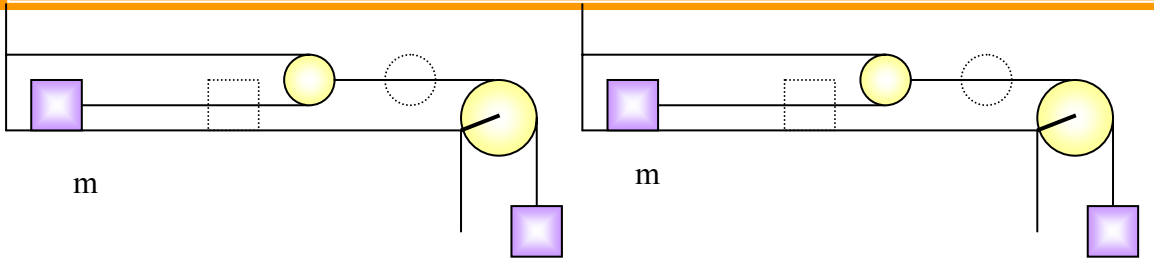
040227 

如圖，光滑桌面，求 M 、 m 之加速度？



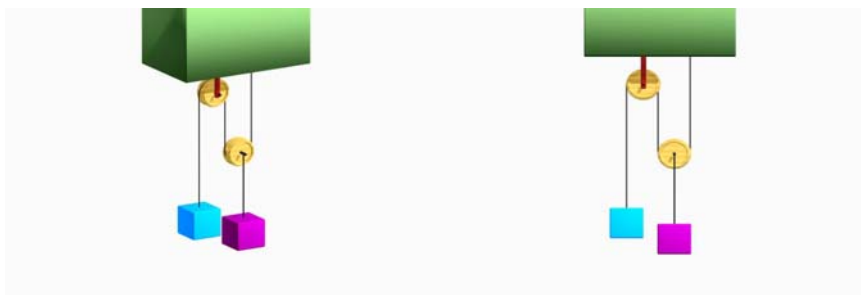
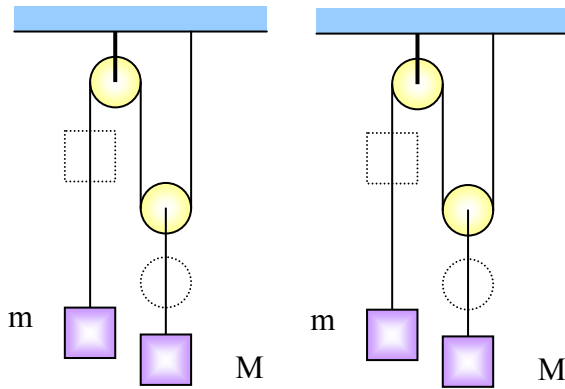
範例 22

如圖，光滑桌面，求 M 、 m 之加速度？



範例 23

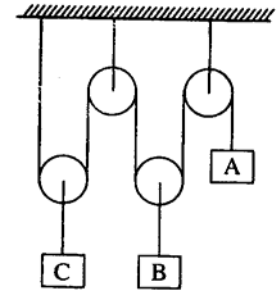
如圖，求 M 、 m 之加速度？



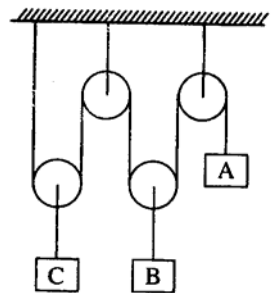
範例 24

(87 北模)如圖(一)，一個沒有摩擦、質量不計，用輕繩連接的滑輪組。A、B、C 三個木塊質量都是 m ，則木塊 A 的下降加速度大小與重力加速度大小的比值為何？

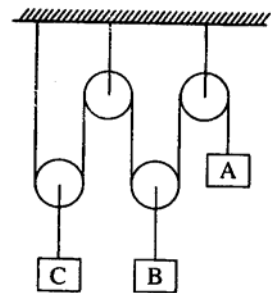
- (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{5}{6}$



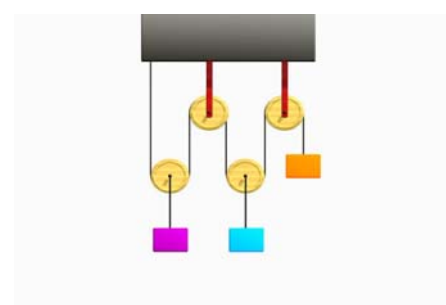
圖(一)



圖(一)

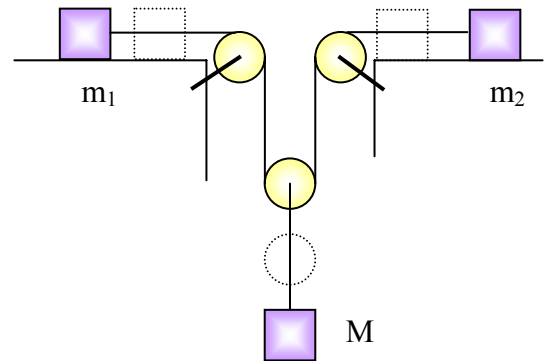
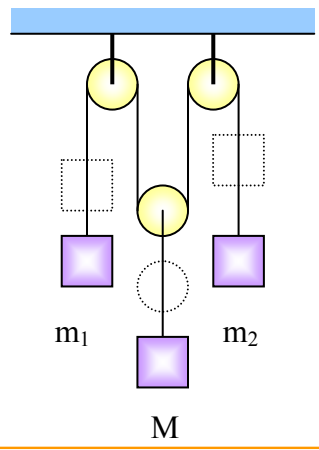


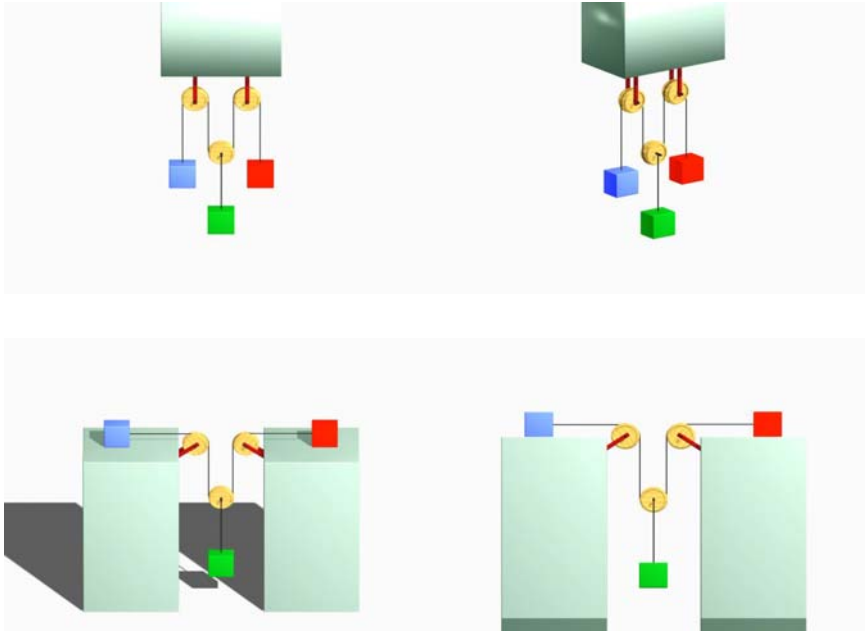
圖(一)



範例 25

若 $m_1=m_2=1\text{kg}$ ， $M=3\text{kg}$ ，求三物體之加速度？

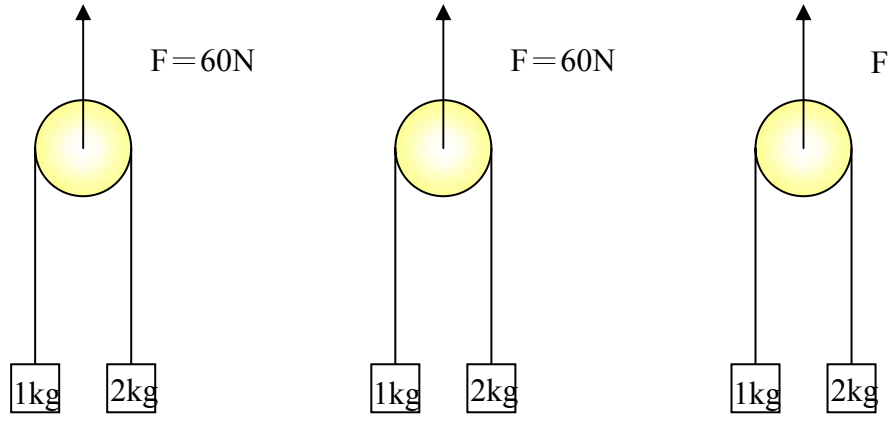




範例 26

040232 

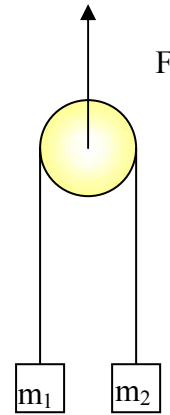
1. 假設滑輪無質量，分析下列兩物體之加速度大小？
2. 假設滑輪質量 1kg，分析下列兩物體之加速度大小？
3. 假設滑輪無質量，且 2kg 物體維持不動，F 應為多少？



【進階思考】：

$$\begin{cases} T - m_1g = m_1a \\ T - m_2g = m_2a \\ 2a = a_1 + a_2 \\ F = 2T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}(g + a) \\ F = 2T \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T - \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}a \\ F - \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}g = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T - m'g = m'a \\ F - m''g = m''a \end{cases}$$



【牛刀小試】：

1. 假設滑輪及繩之質量可忽略，平台質量 M ，人之質量為 m ，則：

- (1) 如欲保持平衡，人至少需施力多少？
- (2) 欲以 a 加速度上升，人至少需施力多少？

【解答】： (1) $\frac{1}{2}(M+m)g$ (2) $\frac{1}{2}(M+m)(g+a)$



2. 假設滑輪及繩之質量可忽略，平台質量 M ，人之質量為 m ，則

- (1) 如欲保持平衡，人至少需施力多少？
- (2) 欲以 a 加速度上升，人至少需施力多少？

【解答】： (1) $\frac{1}{3}(M+m)g$ (2) $\frac{1}{3}(M+m)(g+a)$



Here 牛頓三大定律→第二定律→(6)連結體

040233 連結體的力學分析

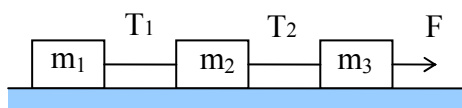
常見的力學分析對象：物體、系統、受力點。解題時不一定要「從一而終」，視要求的物理量，靈活地決定力學分析的對象，才能更快地解出問題。

- **【解題關鍵(1)】**：通常先解「系統」共有的物理量---加速度
- **【解題關鍵(2)】**：系統內力不會影響系統的運動狀態，故做力學分析時，內力不能列出
- **【解題關鍵(3)】**：如果要解物體之間的力，就不能以「系統」為受力物

範例 27

040234 

求 m_1 、 m_2 、 m_3 之加速度及繩間之張力？



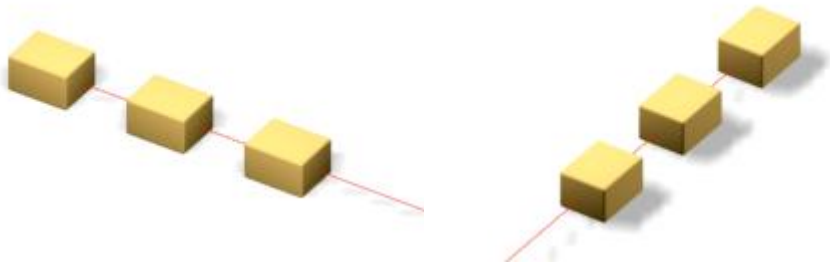
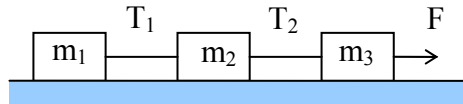
(1)要解 a ，分析_____

(2)要解 T_1 ，分析_____

(3)要解 T_2 ，分析_____

範例 28

三木塊質量均為 m ，以細繩串連，受拉力 F 而向右做等加速運動(如圖所示)。設各木塊與桌面之摩擦係數均相同，細繩質量可忽略不計，則二繩中張力之比 T_1/T_2 為_____。



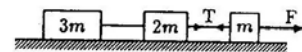
(1)要解 a ，分析_____

(2)要解 T_1 ，分析_____

(3)要解 T_2 ，分析_____

範例 29

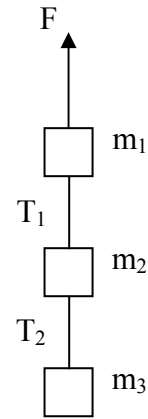
(89 日大)設有三個質量分別為 m ， $2m$ 及 $3m$ 之木塊以質量可以忽略之細線相連接，此三木塊被置於一水平之桌面上，設桌面與木塊之動摩擦係數為 μ 。此以一水平力 F 拉動此三木塊以等加速度前進(如圖所示)，則第一根細線上之張力 T 與拉力 F 之比值=_____。



範例 30

040237 

如圖，物體質量均為 m ，求兩繩之張力 T_1 與 T_2 之比為？



(1)要解 a ，分析_____

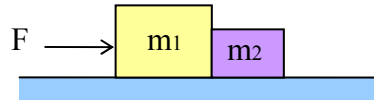
(2)要解 T_1 ，分析_____

(3)要解 T_2 ，分析_____

範例 31

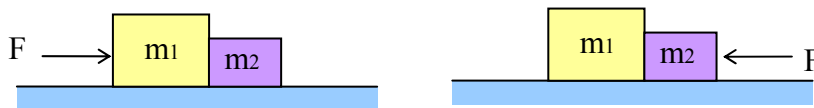
040238 

兩木塊質量分別為 m_1 及 m_2 ($m_1 > m_2$)，相互接觸置於光滑水平面上，如圖所示。今以量值為 F 的水平力由左側推動，導致兩木塊間產生接觸力，其量值為 F_L ，若以相同量值 F 的水平力由右側推動 m_2 ，兩木塊間接觸力之量值為 F_R ，則二力之比值 F_L/F_R 為_____。



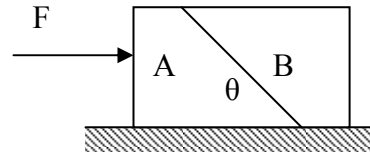
(1)要解 F_L ，分析_____

(2)要解 F_R ，分析_____

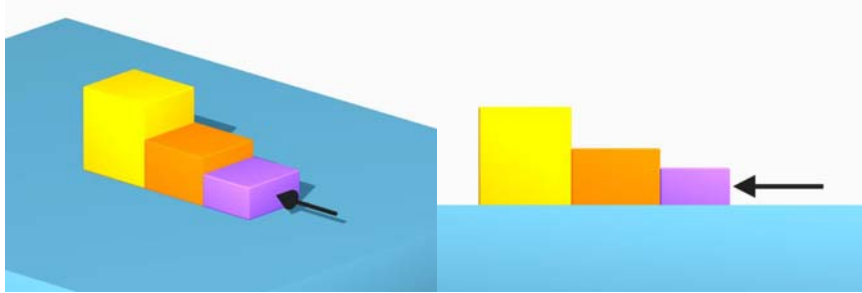


【牛刀小試】：

把一長方體切成如圖 A、B 兩部分，質量皆為 M ，施一水平力 F 使其沿光滑水平面上滑行，若 A、B 間無摩擦，則 A、B 間之正向力 N 為(設 A、B 之相對位置不變)

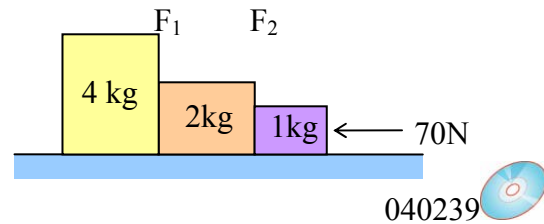


- (A) $\frac{F}{2} \csc \theta$ (B) $\frac{F}{2} \cos \theta$ (C) $\frac{F}{2} \tan \theta$ (D) $\frac{F}{2} \sin \theta$ (E) $\frac{F}{2} \cot \theta$



【牛刀小試】：求物體間的作用力？

【解答】：(1) $F_1 = 40\text{N}$ (2) $F_2 = 60\text{N}$



範例 32

假設物體之質量為 M ，繩之質量為 m ，求繩中點的張力為何？

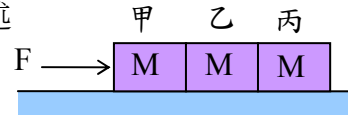
忽略繩重或 $a=0$ 時，繩之張力才會處處相等；

若不忽略繩重，繩之張力處處不等。

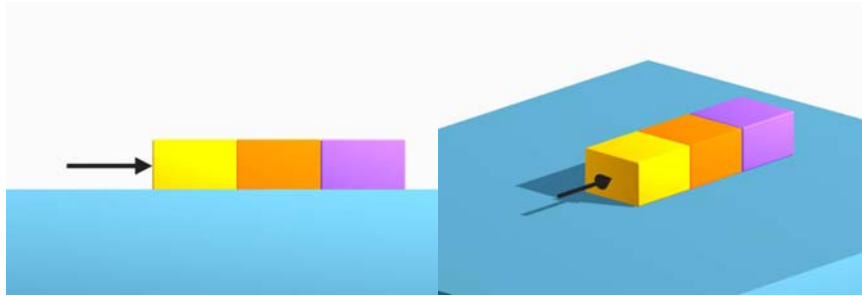


範例 33

甲、乙、丙三物體質質量均為 M ，並排置於一水平桌面上，並以一水平力 F 施於甲物體，如圖所示。設甲、丙兩物體與桌面之摩擦可以忽略，而乙物體與桌面之靜摩擦係數為 0.7 ，動摩擦係數為 0.6 ，則下列敘述何者為正確？（ g 為重力加速度）



- (A) 當 $F=0.5Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為 $0.5Mg$
 (B) 當 $F=0.5Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為 $0.5Mg$
 (C) 當 $F=3Mg$ 時，三物體之加速度均為 $0.8g$
 (D) 當 $F=3Mg$ 時，甲物體施於乙物體之力為 $2.2Mg$
 (E) 當 $F=3Mg$ 時，乙物體施於丙物體之力為 $0.8Mg$



乙與桌面的最大靜摩擦力=_____，動摩擦力=_____

(A) 當 $F=0.5Mg$ 時，三物_____，要解 $F_{甲乙}$ ，分析_____

(B) 當 $F=0.5Mg$ 時，三物_____，要解 $F_{乙丙}$ ，分析_____

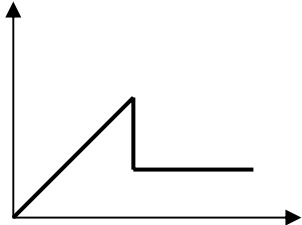
(C) 當 $F=3Mg$ 時，三物_____，要解 a ，分析_____

(D) 當 $F=3Mg$ 時，三物_____，要解 $F_{甲乙}$ ，分析_____

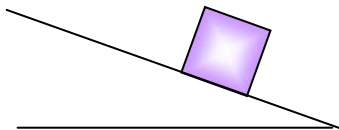
(E) 當 $F=3Mg$ 時，三物_____，要解 $F_{乙丙}$ ，分析_____

Here 牛頓三大定律→第二定律→(7)動摩擦力

040241 靜摩擦力與動摩擦力

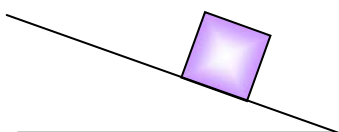
	靜摩擦力	動摩擦力
意義	物體不動，抵抗外力，摩擦面施予物體的力	物體滑動時，摩擦面施予物體的力
方向	與運動趨勢相反	與運動方向相反
力的大小	變力，存在最大值	定力，與速度無關
公式		
性質(1)	μ_s 只跟接觸面的性質有關，跟正向力、接觸面積無關	μ_k 只跟接觸面的性質有關，跟速度、正向力、接觸面積無關
性質(2)	$0 \leq \mu_s < \infty$ ，但通常 < 1	$0 \leq \mu_k < \infty$ ，但通常 < 1 ； $\mu_s > \mu_k$
性質(3)	μ_s 沒有單位	μ_k 沒有單位
圖示		

040242 μ_s 的測定法



解題關鍵：恰下滑

μ_k 的測定法



解題關鍵：等速下滑

040243 **範例 34**

一木塊置於傾斜角為 30° 的斜面上，恰可等速下滑，以初速 v 令木塊自斜面底端沿斜面上滑，則滑行至最大高度時所需的時間為

- (A) $v/4g$ (B) $v/2g$ (C) $v/\sqrt{2}g$ (D) v/g (E) $2v/g$

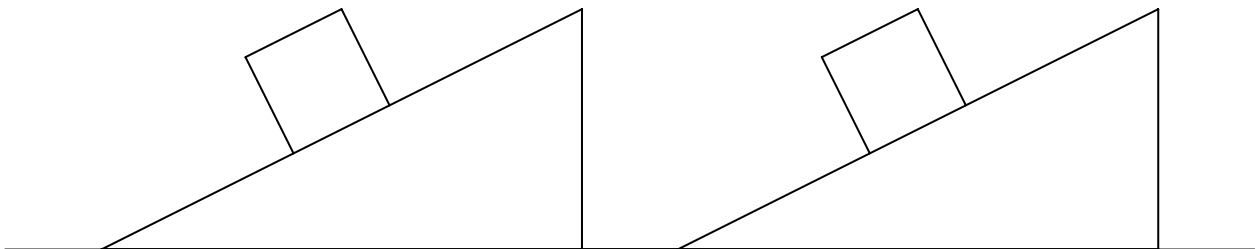
040244 **範例 35**

(87 日大) 一木塊沿著一斜面以等加速度下滑，若斜面的斜角為 30° ，木塊沿斜面下滑的加速度為 $g/3$ (其中 g 為重力加速度)，則動摩擦係數為_____。

040245 **範例 36**

【挑戰題】：(北模)

- (1) m 在 M 等速下滑，則 M 與地面之摩擦力為何？
 (2) m 在 M 上靜止，則 M 與地面之摩擦力為何？



範例 37

(91 日大)一水平輸送帶恆以等速度 v 沿 $+x$ 方向移動，在時刻 $t=0$ 時，將一質量為 m 的箱子以水平速度 $u=0$ 置於輸送帶上，如圖 5 所示。若箱子與輸送帶之間的動摩擦係數為 μ_k ，靜摩擦係數為 μ_s ，重力加速度為

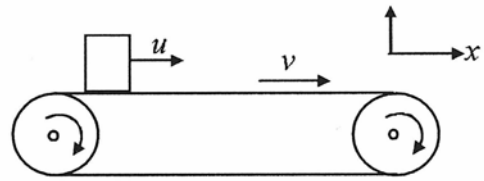
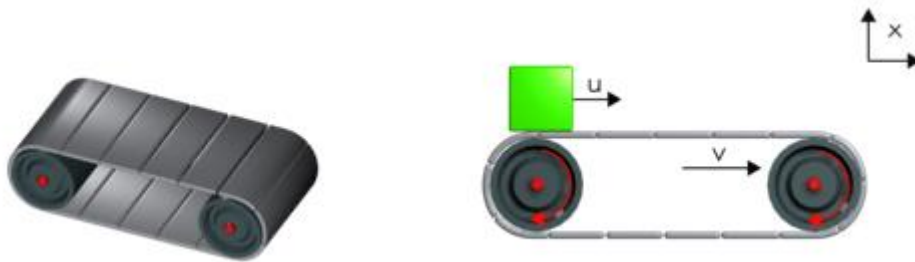


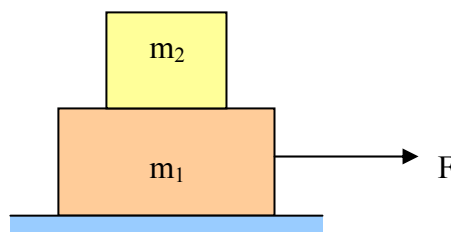
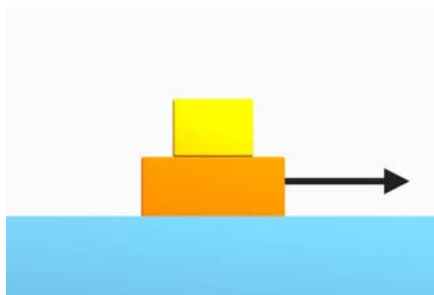
圖 5

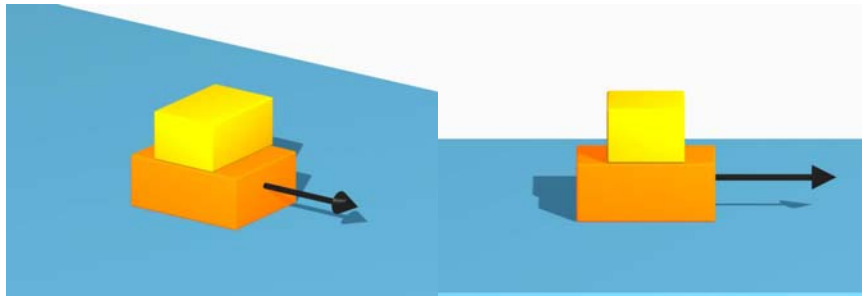
g ，則下列有關此箱子的敘述，何者正確？

- (A) 摩擦力對箱子所做的總功為 $-0.5mv^2$
- (B) 當 $t = \frac{v}{\mu_k g}$ 時，箱子的速度會等於輸送帶的速度
- (C) 在時刻 $t=0$ 時，箱子所受的淨力為 $\mu_s mg$ ，向 $+x$ 方向
- (D) 在時刻 $t=0$ 時，箱子所受的淨力為 $\mu_k mg$ ，向 $-x$ 方向
- (E) 當箱子的速度等於 v 時，箱子所受的摩擦力為 $\mu_s mg$ ，向 $+x$ 方向

**範例 38**

假設兩物體接觸面間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，欲使 m_1 與 m_2 間無相對滑動， F 的最大量值為何？



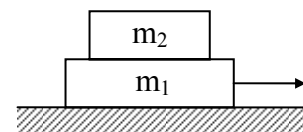


進階思考：如果 m_1 動了，則用 F/m_1+m_2 代表何種意義？

範例 39

040248 

(84 日大)有二長方體木塊，質量分別為 m_1 及 m_2 。設 m_1 木塊與水平桌面間之動摩擦係數為 μ_1 ，二木塊間之動摩擦係數為 μ_2 。若 m_1 木塊在桌面上向右滑動時， m_2 木塊相對於 m_1 則有向左的滑動，如圖所示。設木塊在水平方向除摩擦力外不受其它作用力，則此時木塊 m_1 加速度之量值為_____。



【解答】：
$$\frac{\mu_1(m_1 + m_2) + \mu_2 m_2}{m_1} g$$