

2-2 水平拋射運動

020201 

平面拋體運動完全攻略：一個觀念+三個公式

(1)一個觀念：運動的獨立性。

(口訣：等加速度運動的公式，暫時不能用在斜斜的方向，故要分解)

(2)三個公式：

❶ $v = v_o + at$

❷ $S = v_o t + \frac{1}{2} at^2$

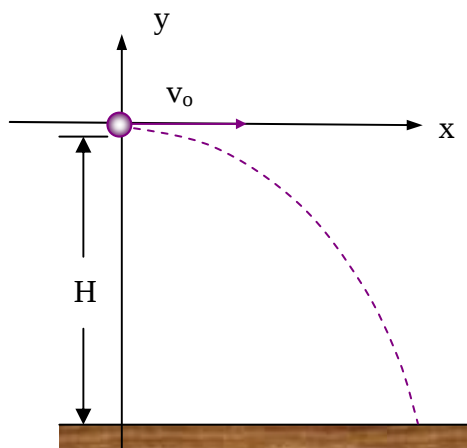
❸ $v^2 = v_o^2 + 2aS$

看到平面拋體，一定是分解成水平方向與鉛直方向解題。同時，特別注意正負號的約定。



運動的獨立性與軌跡方程式

	x 方向	y 方向
受力	不受力	受重力
運動	等速度運動	等加速度運動
初速度分量	v_o	0
速度(函數)	$v_x = v_o$	$v_y = -gt$
位移(函數)	$x = v_o t$	$y = -\frac{1}{2} gt^2$
	以時間 t 為參數表示的參數式	
軌跡方程式	將 $t = \frac{x}{v_o}$ 代入 $y = -\frac{1}{2} gt^2$ 得到 $y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_o^2} x^2$ 【以拋出點為原點】	
	只含位置座標 x 、 y 的方程式	



參數式：
$$\begin{cases} x = v_o t \\ y = -\frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

軌跡方程式：
$$y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_o^2} x^2$$



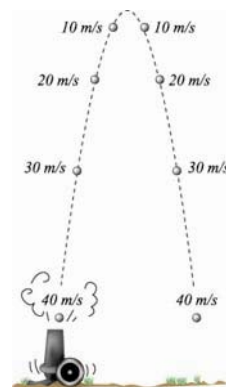
020202

重要結果推導

物理量	推導關鍵	解題思路	公 式
1 著地時間	位移=向下 H $S = -H$	【如何解著地時間？】 ①只有第❶、❷公式有 t ②已知 $v_{oy}=0$ 及 H ③故應選第_____公式解 t	
著地速度 v_x	運動的獨立性	x 方向不受力 故做等速度運動	
2 著地速度 v_y	位移=向下 H $S = -H$	【如何解 y 方向著地速度？】 ①只有第❶、❸公式有 v ②已知 $v_{oy}=0$ 及 H ③故應選第_____公式解 v_y	
著地速度	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	合速度 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_o^2 + 2gH}$	
3 水平射程	x 方向做-- 等速度運動	【如何解水平射程？】 水平方向作做等速度運動 距離=速度×時間	

何謂「運動的對稱性？」(不計空氣阻力)

- (1)左右軌跡對稱
- (2)左右時間對稱
- (3)同一高度，速度大小對稱



範例 05

020203



(91 指科考)甲、乙兩粒質量相同的小石子，自同一高度以水平方向的初速拋出，落在平坦的地面上。已知甲的初速為乙的 2 倍。若不計空氣阻力，則下列敘述何者錯誤？

- (A)甲的射程較大 (B)落地時，甲的動能較大 (C)落地時，兩者的加速度相等
(D)兩者在空中的飛行時間相等 (E)落地時，甲的速度的鉛直分量較大

範例 06

020204



在一高度為 19.6 公尺的大樓頂端以水平初速度 10m/s 水平拋射出一個小石。則小石頭(1)著地時間? (2)著地時的水平方向的速度大小? (3)著地時的鉛直方向的速度大小? (4)著地時水平射程為何?

**【牛刀小試】：**

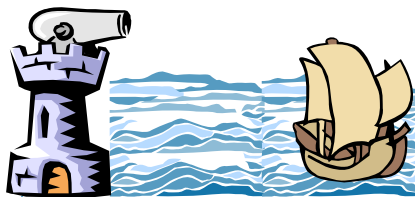
- 1.在一高度為 4.9 公尺的城堡，海面上有一條船，距城堡 40 公尺遠，且以水平速度 5 公尺/秒的速度駛離城堡，若大砲欲命中船，則必須以若干水平速度射出砲彈？【45】
- 2.在一高度為 19.6 公尺的城堡，海面上有一條船，距城堡 50 公尺遠，且以水平速度 15 公尺/秒的速度駛離城堡，若大砲欲命中船，則必須以若干水平速度射出砲彈？【40】

範例 07

020205



在一高度為 4.9 公尺的城堡，海面上有一條船，距城堡 80 公尺遠，且以水平速度 10 公尺/秒的速度駛離城堡，若大砲欲命中船，則必須以若干水平速度射出砲彈？

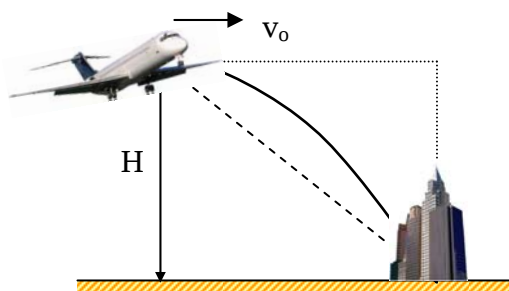


範例 08

020206



一轟炸機距地高度為 1280 公尺，水平速度為 40 公尺/秒，則此轟炸機在地面上的垂直投影，距目標物多遠處應投彈？($g=10\text{m/s}^2$ ，且忽略空氣阻力)



【牛刀小試】：一轟炸機距地高度為 1280 公尺，水平速度為 25 公尺/秒，則此轟炸機在地面上的垂直投影，距目標物多遠處應投彈？($g=10\text{m/s}^2$ ，且忽略空氣阻力) **【400m】**

範例 09

020207



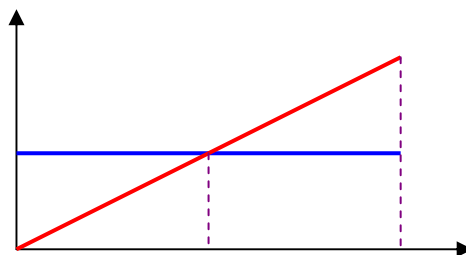
某物以 25m/s 之初速水平拋出，若 $g=10\text{m/s}^2$ ，求：

- (1) 當水平位移與鉛直位移量值相等，已經歷多久時間？
- (2) 當水平速度與鉛直速度量值相等，已經歷多久時間？
- (3) 當切線加速度與法線加速度量值相等，已經歷多久時間？

【解析】：(1) 平拋的水平位移=_____；鉛直位移=_____。

(2) 平拋的水平速度=_____；鉛直速度=_____。

- (3) 切線加速度：加速度沿速度方向之分量；
法線加速度：加速度垂直速度方向之分量。



【進階思考】：如何證明，它們的倍數關係？

【證明】：位移相等時： $v_0 t = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$ ；速率相等時： $v_0 = g t' \Rightarrow t' = \frac{v_0}{g}$

【結論】：經 t 秒， $v_x = v_y$ ，經 $2t$ 秒， $S_x = S_y$ 。

範例 10

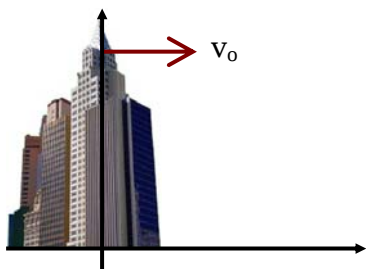
020208



一物體平拋的軌跡方程式為 $y = 10 - \frac{1}{20} x^2$ ，則：(1) 此物體出發時的高度為何？(2) 初速為何？(3) 著地時間？(4) 水平射程？

解題思路

→ 軌跡方程式： $y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2$ 但要考慮從何處拋出！



範例 11

020209



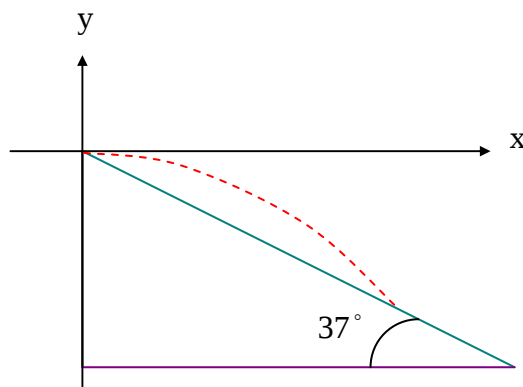
一石子自斜角為 37° 的斜面，以 10 米/秒的速度水平射出，且 $g=10$ 米/秒²，則(1)幾秒後落於斜面上？ (2)著於斜面處與拋出點之距離？

【解法<一>】：軌跡方程式求解

斜率的意義 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \theta$ ；

過原點的直線方程式 $y = mx$ ；

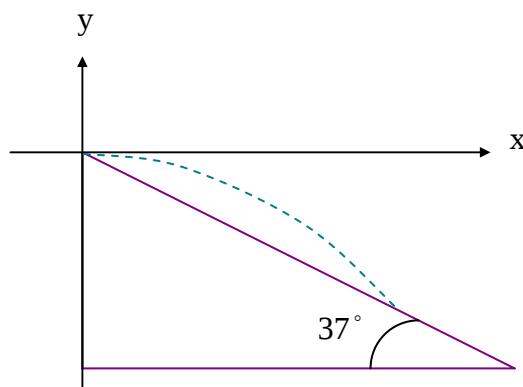
平拋的軌跡方程式 $y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_o^2} x^2$



【解法<二>】：利用斜面之斜率

斜率的意義 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ；

平拋運動 $\begin{cases} x = v_o t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$



【牛刀小試】：斜面為 30° 的斜面頂，一質點以 10m/s 的速度水平拋出，設 $g=10\text{m/s}^2$ ，則(1)此物落於斜面的時間？(2)射程？ 【(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 秒；(2) 40/3 公尺】

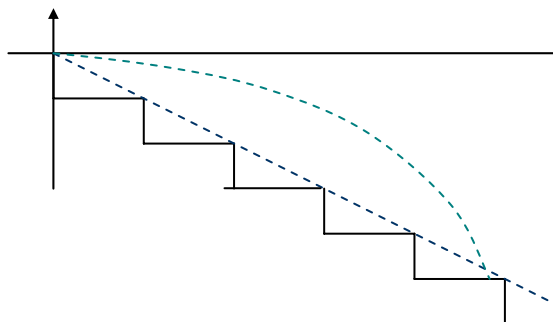
020210

**範例 12**

有一石階每階高 20cm，寬 30cm，自石階頂端將一石以 5m/s 之初速水平拋出，若 $g=10\text{m/s}^2$ ，求此時將落於第幾階？

解題思路

→ 將樓梯外緣連成一線，解該線與物體軌跡方程式的交點



【牛刀小試】：一小球以 3 m/s 的速度自樓梯的第一階水平拋出，若樓梯每階高 40 公分，寬 40 公分，則小球最先撞及第幾階？ **【5】**



一小球從距地面高 H 處自由下落，當落下了 y 距離時，與一固定的小斜面產生彈性碰撞，碰撞後小球以原速率水平飛出後掉落地面。若欲使小球落地前的水平位移為最大，則 $y=$ _____。(1997 年第 28 屆國際物理奧林匹亞國家代表隊初選考試)

【解答】： $\frac{H}{2}$