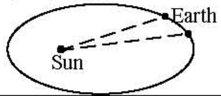
行星運動與萬有引力
學習地圖
©邱博文

第一定律：【軌道定律】➡行星在以太陽為焦點的橢圓軌道上運行

第二定律：同一星球，不同位置；第三定律：不同星球

第二定律：【等面積速率定律】

➡行星與太陽的連線在相同時間掃過相同面積



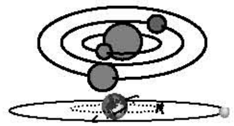
$$\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{1}{2}rv\sin\theta=\text{常數}$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{1}{2}r^2\omega=\text{常數}$$

第三定律：【週期定律】➡ $\frac{R^3}{T^2}=const$；

平均距離的立方與週期的平方，兩者的比值為常數

$$R=\frac{R_{近}+R_{遠}}{2}$$



【第三定律必須繞同一中心星球轉】

【牛頓萬有引力定律與克卜勒第二定律之關係】：(Kepler's 2nd law 亦是角動量守恆的必然結果)

$$\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{\pi R^2}{T}\ \&\ \frac{GMm}{R^2}=m\frac{4\pi^2R}{T^2}\Rightarrow\frac{R^3}{T^2}=\frac{GM}{4\pi^2}\ ➡\ \frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{\sqrt{GMR}}{2}\text{（設為圓軌道）}$$

【牛頓萬有引力定律與克卜勒第三定律之關係】：

萬有引力提供向心力➡ $\frac{GMm}{R^2}=m\frac{4\pi^2R}{T^2}\Rightarrow\frac{R^3}{T^2}=\frac{GM}{4\pi^2}$

【牛頓萬有引力定律】：$F=\frac{GMm}{R^2}$

【僅適用於❶質點❷球❸球殼】

【人造衛星】

➡ **萬有引力提供向心力**

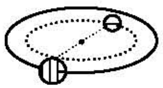
❶求速率：$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$

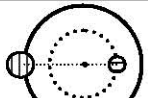
❷求週期：$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{4\pi^2R}{T^2}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

❸求角速度：$\frac{GMm}{R^2}=mR\omega^2\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{GM}{R^3}}$

【雙星系統】

➡**萬有引力提供向心力**





$$\frac{Gm_1m_2}{R^2}=m_1\frac{v_1^2}{R_1}=m_1\frac{4\pi^2R_1}{T^2}=m_1R_1\omega_1^2\ ;\ R_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}R$$

➡**向心力、軌道週期、角速度皆相同**

➡**軌道半徑、向心加速度、軌道速率與質量成反比**

【球殼定理】：

均勻球殼對其內部物體不施力

【失重狀態】（**等效重力場強度**=0）：

----(體重計)無正向力

----(體重計)讀數=0

----失重時，可能仍受重力

➡❶穩定運行的太空軌道上

➡❷自由下落的電梯中

➡❸地心處

【重力場強度(g=F/m)】=單位質量所受的重力

【地球外部重力場強度】：

$$g=\frac{F}{m}=\frac{\frac{GMm}{r^2}}{m}=\frac{GM}{r^2}\propto\frac{1}{r^2}$$

【地球內部重力場強度】（**假設密度=定值**）：

$$g=\frac{GM'}{r^2}=\frac{G(\frac{r^3}{R^3}M)}{r^2}=\frac{GM}{R^3}r\propto r$$

或 $g=\frac{G(\rho\frac{4}{3}\pi R^3)}{R^3}r\propto r$